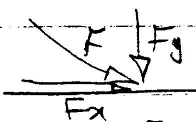
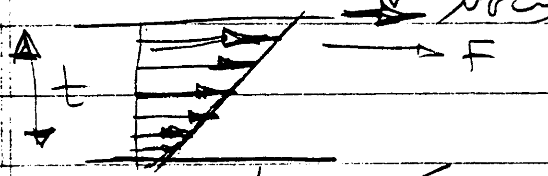
مواد { سیال / جامد

سیالات موادی که در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان نمی‌دهند.

$F_y/A = P$ و $\frac{F_x}{A} = \tau$



* صفحه بالایی در اثر اعمال نیروی به اندازه F شروع به حرکت می‌کند



سرعت سیال در صفحه پایینی به صفر می‌رسد.

* به شرطی که فاصله بین دو صفحه کم باشد توزیع سرعت خطی است.

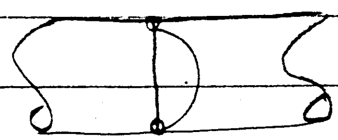
$$\begin{cases} F \propto V \\ F \propto A \\ F \propto V/t \end{cases} \Longrightarrow F = AV/t$$

$$F/A \propto V/t$$

تنش برشی $\tau = V/t \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{\partial V}{\partial y}}$; $\frac{\partial V}{\partial y} \approx \frac{\Delta V}{\Delta Y} = \frac{V_2 - V_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{V - 0}{t - 0}$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}}$$



(* μ همواره مثبت است.)

نرخ تغییر شکل یا نرخ تغییر شکل زاویه‌ای یا سرعت کرنش سیال یا نرخ کرنش ← $\gamma = \frac{\partial u}{\partial y}$

ویسکوزیته
رابطه $\boxed{\tau = \mu \gamma}$ نیوتنی

μ ویسکوزیته خاصیتی از سیال است که سیال می‌خواهد در مقابل تنشهای برشی از خود مقاومت نشان دهد.

ویسکوزیته ناشی از دو عامل است: 1) نیروی چسبندگی 2) انتقال مومنتم بین مولکولها.

در مایعات مولکولها به هم نزدیکترند پس نیروی چسبندگی زیاد و سرعت حرکت

مولکولها خیلی کم است پس نیروهای چسبندگی در مقابل انتقال مومنتوم خیلی

زیاد است پس در مایعات ویسکوزیته بیشتر تحت تأثیر نیروهای چسبندگی

است. اما در گازها مولکولها از هم فاصله دارند و با سرعت زیادی حرکت می‌کنند

پس در گازها انتقال مومنتوم بین مولکولی در مقایسه با نیروهای چسبندگی خیلی

زیاد است پس در گازها ویسکوزیته ناشی از انتقال مومنتوم بین مولکولها

است. با حرارت دادن گازها جنبش مولکولها زیاد شده انتقال مومنتوم مولکولها

زیاد می‌شود لذا انتقال ویسکوزیته در گازها با افزایش دما افزایش می‌یابد.

در مایعات با افزایش دما نیروهای چسبندگی کاهش می‌یابد پس ویسکوزیته با دما کاهش

می‌یابد

$$\begin{cases} T\uparrow \quad \mu\uparrow & \text{گازها} \\ T\uparrow \quad \mu\downarrow & \text{مایعات} \end{cases}$$

در گازها: $\dfrac{\mu}{\mu_0} = (T/T_0)^n$

در مایعات: $\mu = \mu_0 e^{ظ/T}$

در فشارهای معمولی تأثیر فشار روی ویسکوزیته چندان زیاد نیست اما

در فشارهای خیلی زیاد با افزایش فشار ویسکوزیته مایعات و گازها هر دو

افزایش می‌یابد

$$\mu = \frac{N/m^2}{m s^{-1}/m} = \frac{N\cdot S}{m^2} , \frac{dyn\cdot S}{cm^2} , \frac{lbf\times S}{ft^2} , \frac{lbm}{ft\times S} , \frac{gr}{cm\cdot S}$$

$\boxed{1\,gr/cm\,sec = 1\,poise}$

دیمانسیون μ : $ML^{-1}T^{-1}$

ویسکوزیته سینماتیک گازی ، $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

دیمانسیون : واحد $\nu = L^2T^{-1}$

$\frac{1\,cm^2}{sec} = 1\,stokes \times \rho\left(gr/cm^3\right) = \frac{gr}{cm\cdot s}$ cm^2/s ، ft^2/s ، m^2/s

پواز (ویسکوزیته دینامیک)

* ویسکوزیته دینامیک مایعات از گازها بیشتر است.

* ویسکوزیته سینماتیک گازها از ویسکوزیته سینماتیک مایعات بیشتر است.
گازی (ν)

$\nu = \mu/\rho$ ؛ $T\uparrow \; \mu\uparrow \; \rho\downarrow \; \nu\uparrow$

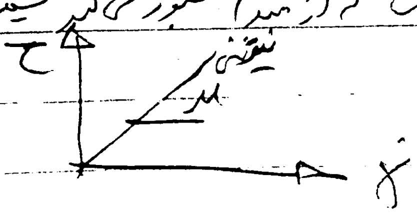
مایعات : $T\uparrow \; \mu\downarrow \; \nu\downarrow$

سیالی که از قانون $\tau = \mu\gamma$ پیروی کند سیال نیوتنی می باشد.

سیالات ← نیوتنی ، غیرنیوتنی

غیرنیوتنی:
- مستقل از زمان: Dilatant ، شبه پلاستیک Pseudoplastic ، Bingham plastic
- وابسته به زمان: تیکسوتروپیک thixotropic ، رئوپکتیک Rheopectic

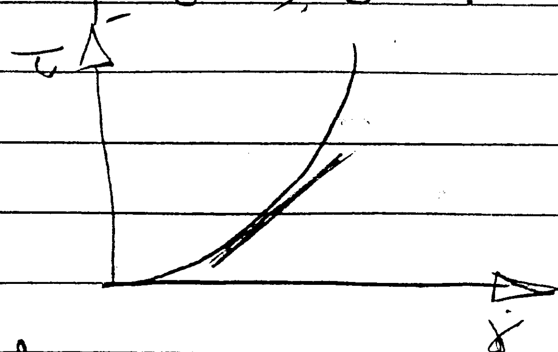
سیالات نیوتنی سیالاتی هستند که در آنها تنش برشی (τ) برحسب γ خط راستی است که از مبدا عبور می کند شیب این خط برابر ویسکوزیته سیال ها باشد.



سیالات غیرنیوتنی سیالاتی هستند که در آنها تنش برحسب $\dot{\gamma}$ خطی نیست و چنانچه خطی هم باشد از مبدأ عبور نمی‌کند

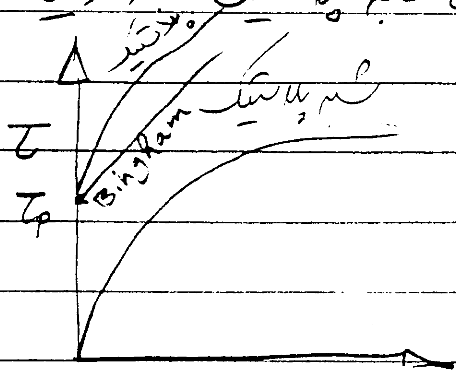
سیالات مستقل از زمان سیالاتی هستند که ویسکوزیته آنها تابعیت زمانی ندارد

سیالات Dilatant (غلیظ شونده یا منبسط شونده): سیالاتی هستند که با افزایش تنش برشی ویسکوزیته آنها افزایش می‌یابد لذا به این سیالات سیالات غلیظ شونده در مقابل تنش برشی می‌نامیم.



بنابراین برای سیالات ویسکوزیته در هر لحظه مقدار تنش برشی اعمال شده می‌باشد

سیالات شبه پلاستیک با افزایش تنش برشی ویسکوزیته سیال کاهش می‌یابد و ویسکوزیته تابع تنش برشی می‌باشد.



سیالات بینگهام نوع خاصی از پلاستیک‌ها می‌باشند.

$\tau = \mu(\dot{\gamma})^n$	$n = 1$ نیوتنی
	$n > 1$ Dilatant
	$n < 1$ psedoplastic

پلاستیک که همواره یک تنش تسلیم دارند. (دسته خاص از سیالات هستند)
(yield stress)

در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان می دهند. تنش تسلیم یعنی اگر

تنش وارده شده بر این سیال از تنش تسلیمشان کمتر باشد سیال شروع

به حرکت نمی کند. ($\frac{\partial u}{\partial y} = 0$) . خمیر دندان از سیالات بینگهام می باشد.

بینگهام پلاستیک $n = 1$ ؛ $\tau = \tau_p + \mu(\dot{\gamma})^n$ ؛ پلاستیک

تنش تسلیم

رابطه رئولوژیک : $\tau = \mu\dot{\gamma}$

$$\begin{cases} \tau < \tau_p \;;\; \dot{\gamma} = 0 \\ \tau = \tau_p + \mu\dot{\gamma} \end{cases}$$

* برای سیالات غیرنیوتنی ویسکوزیته جزء خواص سیال محسوب نمی شود زیرا در

هر دمای خاص ویسکوزیته تغییر می کند. (μ) فقط جزء خواص سیالات

* سیالی که منحنی رئولوژیکی بر روی محور x ها منطبق شود چنین سیالی سیال

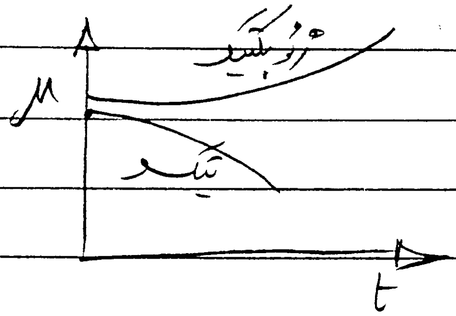
ایده آل است. (سیال ایده آل سیالی است بدون اصطکاک یا ویسکوزیته صفر)

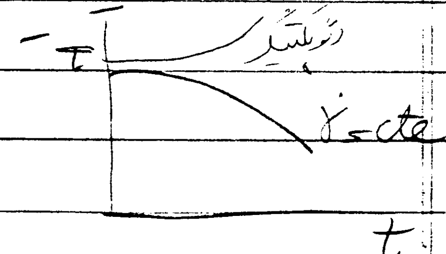
پس در سیال ایده آل هیچ موقع تنش برشی ایجاد نمی شود طبق تعریف سیالات ایده آل

همگی متراکم ناپذیر هستند. سیالات ایده آل در قانون پاسکال صدق می کنند. 4) اگر یک تفنگ آزمایش نیوتن را بر روی کتلکهای ایده آل انجام دهیم در سیال هیچ گونه پروفیل سرعتی ایجاد نمی شود. (صفحه روی سیال سر می خورد).

حالت حدی دوم: اگر منحنی رئولوژیکی بر محور y ها منطبق باشد یعنی ویسکوزیته ∞ است یعنی جامد داریم.

سیالات تیکسوتروپیک: سیالاتی هستند که ویسکوزیته آنها با گذشت زمان کاهش می یابد یا سیالاتی هستند برای ثابت نگه داشتن نرخ کرنش ($\dot{\gamma}$) با گذشت زمان به تنش برشی کمتری نیاز داریم.





$$\tau = \mu \dot{\gamma}^n \quad , \quad \mu = \frac{\tau}{(\dot{\gamma})^n}$$

سیالات رئوپکتیک: سیالاتی هستند که ویسکوزیته آنها با گذشت زمان افزایش می یابد. برای ثابت نگه داشتن نرخ کرنش ($\dot{\gamma}$) با گذشت زمان تنش برشی بیشتری نیاز داریم.

مثال: دو صفحه به مساحت $2\,m^2$ مطابق شکل قرار دارند بین این دو صفحه، صفحه سومی با همان اندازه با سرعت ثابت $1\,m/s$ کشیده می‌شود. بین سیالات از سیالی با ویسکوزیته 5 poise پر شده است. نیروی مورد نیاز برای کشیدن صفحه میانی برابر است با:

1) $15\,N$ 2) $\boxed{150\,N}$ 3) $30\,N$ 4) $300\,N$

مبدا

$2\,cm = e_2 \quad \mu_2$

$1\,m/s$

$1\,cm = e_1 \quad \mu_1$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau = \mu_1 \frac{V}{e_1} + \mu_2 \times V/e_2$$

$$\Rightarrow \tau = \mu V\left(1/e_1 + 1/e_2\right)$$

$$\tau = F/A$$

$$F = \mu A V\left(1/e_1 + 1/e_2\right)$$

$$\frac{5\,gr}{cm.s} \times \frac{100\,cm}{1\,m} \times \frac{1\,kg}{1000\,gr} = 0.5\,kg/m.s$$

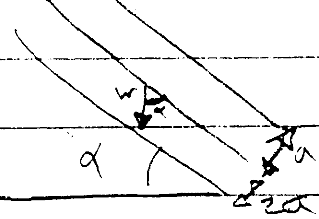
$$F = 0.5\,\frac{kg}{m.s} \times 2\,m^2 \times \frac{1\,m}{s}\left(\frac{1}{0.01} + \frac{1}{0.02}\right) = \boxed{150\,N}$$

مثال: دو صفحه با سطح مقطع A با سرعت V روی سطح شیبداری با زاویه α به سمت پایین حرکت می‌کند اگر فاصله بین صفحات و سطح شیبدار توسط سیالی با ویسکوزیته μ پر شود و سطح صفحات را برابر A در نظر بگیریم و W وزن صفحه میانی باشد.

وزن صفحه میانی چقدر است؟

1) $\frac{\mu A V}{a \sin\alpha}$ 2) $\frac{3\mu A V}{a}$

3) $\frac{3\mu A V}{a \sin\alpha}$ 4) $\boxed{\frac{3\mu A V}{2a \sin\alpha}}$



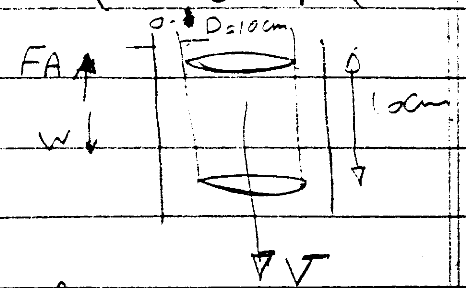
$V = cte,\ a = 0 : \sum F = 0$

$$F - W \sin\alpha = 0 \Rightarrow W = \frac{F}{\sin\alpha} = \frac{\mu A V\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2a}\right)}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{W=\frac{3\mu AV}{2a\sin\alpha}}$$

مثال: پیستونی با دانسیته $8\,g/cm^3$ به طول 10cm و به قطر 10cm در داخل پیستونی با سرعت ثابت $20\,cm/s$ به سمت پایین حرکت می‌کند مابین سیلندر و پیستون روغن با ضخامت $0.1\,mm$ پر شده باشد ویسکوزیته این روغن برابر خواهد بود با

1) $0.98\,cP$ 2) $0.98\,kg/m.s$ 3) $1.96\,cP$ 4) $1.96\,kg/m.s$



$$W-F=0$$

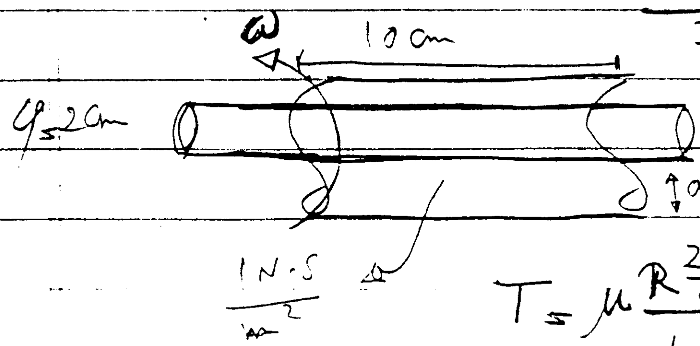
$$\rho\left(\frac{\pi D^2}{4}L\right)g-\underbrace{\tau}_{\mu V/h}(\pi D L)=0$$

$$\frac{\rho D g}{4}-\mu V/h=0\longrightarrow \mu=\frac{\rho g h D}{4V}=\frac{8000\times9.8\times0.1\times10^{-4}}{4\times0.2}$$

$$=\boxed{0.98}$$

مثال: یک شفت مطابق شکل روی یک یاتاقان با سرعت ω می‌چرخد گشتاور مورد نیاز برای رسیدن به سرعت 1000RPM برابر است با.

1) $0.2\pi^2$ 2) $2\pi^2/3$ 3) 0.2π 4) $\frac{0.2\pi^2}{3}$



$$T=F\times R$$

$$T=\mu\left(\frac{V_2-V_1}{r_2-r_1}\right)(2\pi r L)R$$

$$V=r\omega \quad (rad/s)$$

$$\omega\left(\frac{rad}{s}\right)=\frac{2\pi N}{60}\quad (rpm)$$

$$T=\mu\frac{R\,\frac{2\pi}{60}\times1000\,2\pi R^2L}{10^{-4}}$$

$$\boxed{T = \frac{\cancel{2\omega}}{\frac{4R^2}{\epsilon_0}} \cdot \frac{0.2\pi^2}{3}}$$

قطر : φ

مدول الاستیسیته:

K: ضریب تراکم پذیری حجم دما $K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ (I)

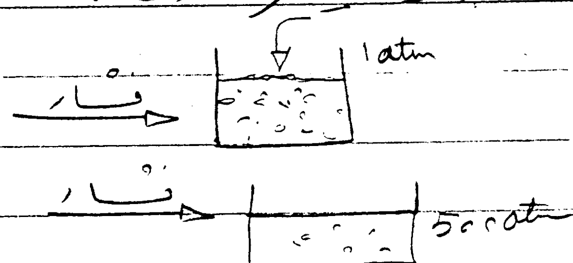
واحد K عکس فشار است. مدول بالک عکس تراکم پذیری حجم دماست (واحدش فشار است)

$$K = -dP/(dV/V) \quad (\text{II})$$

مدول بالک در اصل میزان تراکم پذیری سیال را نشان می‌دهد.

(K)

هرچقدر مدول بالک برای سیال بیشتر باشد سیال به حالت تراکم ناپذیری نزدیکتر است.



هرچقدر فشار زیاد باشد K (مدول بالک) زیاد است. در فشار زیاد سیال به حالت تراکم ناپذیری نزدیکتر می‌شود.

در رابطه II اگر $V = \frac{RT}{P}$ آنگاه $K = -V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = V\left(\frac{RT}{V^2}\right)$

$$\Longrightarrow K = \frac{RT}{V} = \rho RT$$

$\boxed{K = \rho RT}$ مدول بالک گازهای ایده آل

$1m^3$ آب را برداشته و فشار روی آن را به اندازه 1atm افزایش دهیم:

$$K = -\frac{10^5 pa}{dV/1m^3}$$

$K = 2.2\times10^9 pa \leftarrow T_{آب} = 25^\circ C$

$$2.2\times10^9 = -\frac{10^5}{dV} \Rightarrow dV = \frac{-10^5}{2.2\times10^9} = \boxed{45cm^3}$$

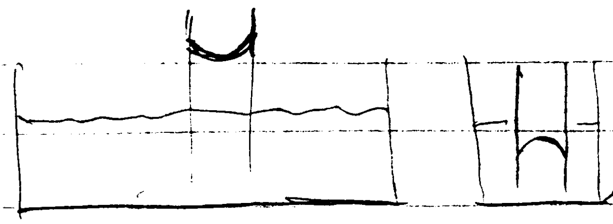
مثال: فشار روی $10ft^3$ آب را به اندازه 150psi زیاد می‌کنیم حجم آب به اندازه ‎%0.2‎ کاهش یافته است مدول بالک برحسب psi در این شرایط برابر است با:

1) 75psi
2) 750psi
3) 7500psi
4) 75000psi ✓

کشش سطحی: اگر سیالی را در تماس با هوا قرار دهیم هر ذره در داخل سیال تحت تأثیر نیروهایی قرار می‌گیرد که برآیند آنها همواره صفر است اما اگر ذره‌ای از سیال را در سطح سیال در تماس با هوا در نظر بگیریم برآیند نیروها دیگر صفر نیست. این مسأله سبب می‌شود که در سطح تماس سیال با هوا یک کششی ایجاد می‌شود که به آن کشش سطحی می‌گویند. کشش سطحی را به شکل انرژی سطح سیال به ازای واحد سطح می‌نامند.

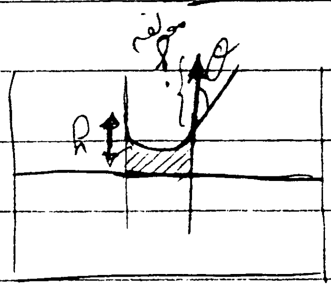
واحد کشش سطحی N/m یا J/m^2 ($N.m$)

صعود سیال در لوله موئین :



① تمام سیالاتی که در لوله موئین بالا می روند سطحشان به شکل مقعر است. اما بعضی سیالاتی که در لوله موئین پایین می آیند و تمام سیالاتی که بصورت نزولی در لوله عمل می کنند [illegible]

1) نیروی چسبندگی بین مولکولهای آب و شیشه 2) نیروی پیوستگی بین مولکولهای آب. در آب و تمام سیالاتی که در لوله موئین بالا می روند. نیروی چسبندگی بین آب و شیشه بیشتر از نیروی پیوستگی بین مولکولهای آب است. سیال تا حالی بالا می رود که این دو نیرو برابر شوند و برعکس. سیالاتی که در لوله موئین بالا می روند اصطلاحاً می گوییم سطح را خیس می کنند. سیالاتی که در لوله موئین نزول دارند سطح را خیس نمی کنند.



$$mg - \sigma(2\pi r)\cos\theta = 0 \qquad N/m^{*} \text{ طول}$$

$$\pi r^2 h g = \sigma(2\pi r)\cos\theta$$

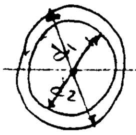
هر چه کشش سطحی بیشتر شود سیال در لوله موئین بالاتر می رود.

$$\boxed{h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}}$$

یک سیمی با ضخامت کم به شکل یک حلقه در آورده و روی سیالی با کشش سطحی (σ) قرار می‌دهیم وزن حلقه سیم را اندازه‌ایست با: ($D =$ قطر حلقه)

1) $\pi D\sigma$ 2) $2\pi D\sigma$ 3) $\pi\sigma$ 4) 0

$d_1 \simeq d_2 = D$ $\pi d_1 \cdot \sigma + \pi d_2 \sigma = \boxed{2\pi D\sigma}$



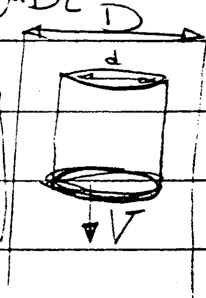
پیستونی به قطر d و طول L درون یک سیلندر به قطر D به طور عمودی به سمت پایین حرکت می‌کند بین سیلندر و پیستون روغنی به لزجت 0.5 قرار دارد اگر سرعت پایین آمدن پیستون را ثابت و برابر V فرض کنیم سرعت V برابر است با:

1) $\dfrac{mg(D-d)}{\mu\pi d l}$ 2) $\dfrac{mg(D-d)}{\mu\pi DL}$ 3) $\dfrac{mg(D-d)}{2\mu\pi Dl}$ 4) $\dfrac{mgd}{2\pi\mu DL}$

$\sum F = 0 \longrightarrow mg = \tau(\pi d L)$

$mg = \mu \dfrac{V}{\left(\frac{D-d}{2}\right)}(\pi d l)$

$$\boxed{V = \frac{mg(D-d)}{2\pi\mu d l}}$$



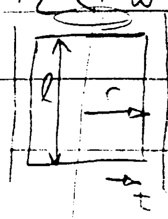
* بسیار مهم: مطابق شکل یک پیستون در داخل یک سیلندر با سرعت دورانی ω می‌چرخد شعاع پیستون r و طول آن l می‌باشد ضخامت روغن بین t و لزجت آن μ می‌باشد اگر شعاع پیستون را نصف کنیم گشتاور مورد نیاز برای دوران پیستون با همان سرعت دورانی ω چند برابر حالت اول خواهد بود فرض کنید ضخامت روغن تغییری نمی‌کند T

1) $1/2$ 2) $1/4$ 3) $1/6$ 4) $1/8$

$T = F \times r$

$T = \tau \times (2\pi r l) r$

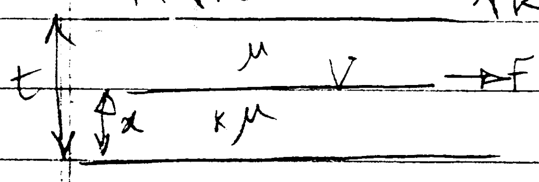
$T = \mu \times V/t\,(2\pi r^2 L) = \mu \times \dfrac{r\omega}{t}(2\pi r^2 L)$



$T \propto r^3$

مثال: بین دو صفحه موازی صفحه نوعی با همان مساحت قرار دارد. بین صفحه‌ها سیالاتی با ویسکوزیته μ و $k\mu$ پر شده و فاصله بین صفحه بیرونی t می‌باشد. اگر بخواهیم صفحه میانی را با سرعت V بکشیم فاصله صفحه میانی از صفحه پایینی چقدر باشد تا مقدار نیروی مورد نیاز برای کشیدن حداقل شود؟

1) $\dfrac{t\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$ 2) $\dfrac{t(1+\sqrt{K})}{\sqrt{K}}$ 3) $\dfrac{t(\sqrt{K}-1)}{\sqrt{K}}$ 4) $\dfrac{t\sqrt{K}}{(\sqrt{K}-1)}$ C



$$F=\left(A\times\mu\times V/_{t-x}\right)+\left(A\times k\mu V/_{x}\right)$$

$$F=A\mu V\left(\frac{1}{t-x}+k/_{x}\right)$$

برای حداقل کردن F داریم، $\dfrac{\partial F}{\partial x}=0 \Rightarrow -\dfrac{k}{x^2}+\dfrac{1}{(t-x)^2}=0 \Rightarrow \dfrac{k}{x^2}=\dfrac{1}{(t-x)^2}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{x}=\frac{1}{t-x} \Rightarrow x(\sqrt{k}+1)=\sqrt{k}\,t$$

$$\boxed{x=\frac{\sqrt{k}\,t}{\sqrt{k}+1}}$$

فشار: اگر نیروی F بر سطح A وارد شود. $P=F/A$

$$\frac{F_y}{A}=P\ ,\ \frac{F_x}{A}=\tau$$

$1\,atm = 1.013\times10^5\,Pa$

$1\,bar = 10^5\,Pa$ $1\,atm = 1.01\,bar$

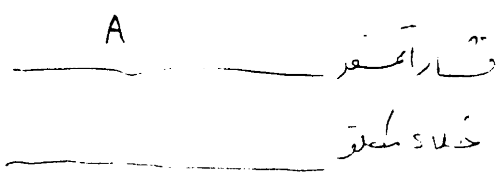
$1\,atm = 14.7\,psi$, $1\,bar = 14.5\,psi$

$1\,atm = 76\,cmHg = 760\,mmHg = 29.92\,inHg$

$1\,atm = 10.33\,mH_2O$

فشار نسبی و فشار مطلق:

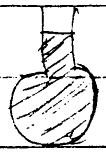
فشار نسبت به خلاء مطلق، فشار مطلق.



$P_{abs} = P_{gauge} + P_{atm}$

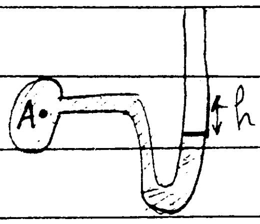
فشار مطلق همواره مثبت است.

وسایل اندازه‌گیری فشار: ساده ترین وسیله اندازه‌گیری فشار پیزومتر است.



$P_A = \rho g h$

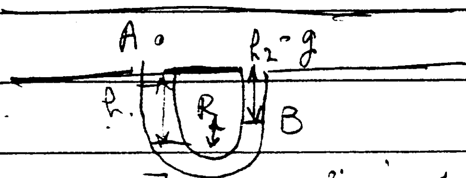
پیزومتر برای فشارهای خیلی زیاد بکار نمی‌رود و فشارهای منفی را اندازه نمی‌گیرد.



$P_A = -\rho g h$

در این حالت دو وسایل مختلف می‌توانیم استفاده کنیم و همچنین برای فشارهای مثبت خیلی زیاد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مانومترها هم برای اندازه‌گیری اختلاف فشار و هم فشار در یک نقطه بکار می‌روند.



فرض کنید که اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را بدست آوریم:
سیال در داخل لوله جریان دارد (با دانسیته ρ)

به سمت پایین که حرکت کنیم با علامت مثبت و برعکس بالا با علامت منفی

$P_A + \rho g h_1 - \rho' g R - \rho g h_2 = P_B$

$P_A - P_B = \rho' g R - \rho g (h_1 - h_2) = \rho' g R - \rho g (R)$

$P_A - P_B = \Delta P = R g (\rho' - \rho)$

$$\boxed{\Delta P = R \Delta \gamma}$$

$P_A = P_B + R g \Delta\rho$ $\quad P_A = 0\ barg + R g \Delta\rho\ barg$ نسبی

$P_A = 1\ barA + R g \Delta\rho\ barA$ مطلق

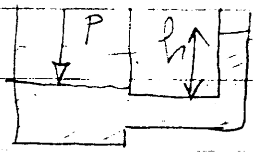
$$\Delta P = R\Delta\gamma$$

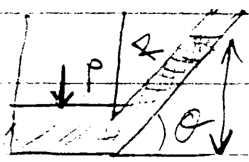
$$\Delta P = Rg(\rho' - \rho)$$

$$\boxed{R = \frac{\Delta P}{g(\rho' - \rho)}}$$

هرچه R بیشتر اندازه‌گیری دقیق‌تر و بهتر است.

دانسیته سیال مانومتری را تا حد امکان طوری انتخاب می‌کنیم که فاصله اش از دانسیته سیال لوله کم باشد و یا مانومتر را شیب دار بسازیم

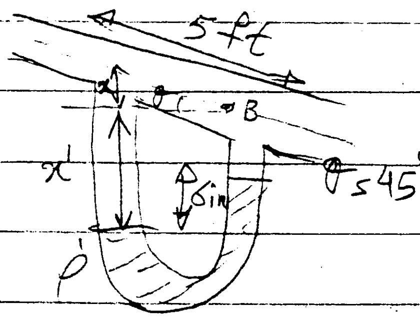




$\sin\theta = h/R$, $R = \frac{h}{\sin\theta}$, $\sin\theta \ll 1$

مثال:

آب درون داخل لوله ای مطابق شکل جریان دارد این لوله با سطح افق زاویه 45 درجه می‌سازد اگر سیال مانومتری جیوه باشد اختلاف فشار بین A و B برحسب $\frac{lbf}{ft^2}$ برابر خواهد بود با:



1) 178 2) 171 3) 186 4) 181

$\gamma = \rho g / g_c$

$$P_A + \gamma(x + x') - \gamma' R - \gamma h = P_B$$

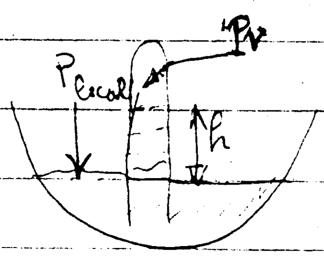
$$P_A - P_B = \gamma' R - \gamma(x + \underbrace{x' - h}_{R}) = R(\gamma' - \gamma) - \gamma x$$

$$\Delta P = \tfrac{1}{2}(846\ lb/ft^3 - 62.4\ \frac{lbf}{ft^3}) - 62.4(3.56)$$

$\sin 45 = \frac{x}{5}$

$x = 3.53 \Rightarrow \boxed{\Delta P = 171.3\ lbf/ft^2}$

بارومتر برای اندازه‌گیری فشار محلی بکار می‌رود.



$$P_v + \gamma h = P_{local}$$

مثال: برای اندازه‌گیری فشار محلی از یک بارومتر استفاده می‌کنیم. سیال داخل بارومتر جیوه و $S=13.6$ (sp.Gr) می‌باشد. اگر فشار بخار سیال در شرایط محیط 3 psi و فشار محیط اتمسفریک باشد، ارتفاع ستون مایع در بارومتر برحسب اینچ برابر خواهد بود با:

۱) ۱۱٫۷ ۲) ۲٫۳۸ ۳) ۲۳٫۸ ۴) ۲۶٫۸

$$P_v + \gamma h = P_{local}$$

$$3 + \gamma h = 14.7$$

$$\gamma h = 11.7 \ \mathrm{lbf/in^2}$$

$$13.6 \times 62.4 \frac{\mathrm{lbf}}{\mathrm{ft^3}} \times \frac{1\ \mathrm{ft^3}}{12^3 (\mathrm{in})^3} \times h(\mathrm{in}) = 11.7 \frac{\mathrm{lbf}}{\mathrm{in^2}} \Rightarrow h = 23.8\ \mathrm{in\,Hg}$$

یا

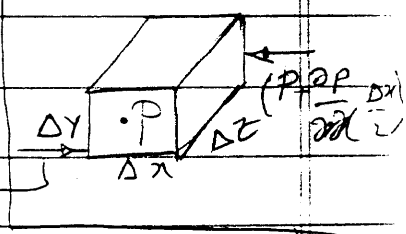
روش دوم: $\frac{11.7}{14.7} \times 29.92\ \mathrm{in\,Hg} = 23.8$

تغییرات فشار سیال:

المانی با ابعاد Δx و Δy و Δz از سیال داریم. فشار در مرکز المان P می‌باشد.

$$\sum F_x = m a_x$$

المانی را بسیار کوچک در نظر می‌گیریم به طوریکه تنش برشی در راستای x صفر در نظر گیریم.



$$\sum F_x = m a_x \longrightarrow \left(P - \frac{\partial P}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)\cancel{\Delta y}\cancel{\Delta z} - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)\cancel{\Delta z}\cancel{\Delta y}$$
$$= \rho \Delta x \cancel{\Delta y}\cancel{\Delta z}\, a_x$$

$$\Longrightarrow -\frac{\partial P}{\partial x}\Delta x = \rho \Delta x\, a_x \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x$$

$$\partial P/\partial y = -\rho(g + a_y)$$

$a_x = 0$, $a_y = 0$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g$$

اگر در راستای افقی در یک سیال حرکت کنیم $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ چون سیال آرام است تغییرات فشار نیست.

هر چقدر در یک سیال رو به سمت بالا حرکت کنیم آرام و بی‌حرکت باید کاهش فشار خواهیم داشت.

سیال تراکم ناپذیر: $\int_{P_0}^{P} dp = \int_{y_0}^{y} -\rho g\, dy \qquad P - P_0 = -\rho g (y - y_0)$

در تراکم ناپذیر کاهش فشار بصورت خطی است.

در تراکم پذیر کاهش فشار بصورت اکسپوننسیالی است.

سیال تراکم پذیر: $dP = -\frac{PM}{RT} g\, dy$

$$\int_{P_0}^{P} dP/P = \int_{y_0}^{y} -\frac{Mg}{RT} dy$$

$$\ln P/P_0 = -\frac{Mg}{R} \int_{y_0}^{y} \frac{dy}{T}$$

① اگر اتمسفر را ایزوترمال فرض کنیم:

$$\ln \frac{P}{P_0} = \frac{-Mg}{RT} (y - y_0)$$

② اگر در سطح زمین: $P_0 = P_0 \,,\; y_0 = 0$

با افزایش y فشار بصورت اکسپو *

$$\boxed{P = P_0 e^{-Mgy/RT}}$$

فقط

③ فرض کنیم تغییرات دما با y وجود داشته باشد.

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{Mg}{R} \int_{y_0}^{y} dy / T_0 - \beta y$$

نرخ کاهش دما

$$\ln \frac{P}{P_0} = \frac{Mg}{R\beta} \ln \frac{T_0 - \beta y}{T_0 - \beta y_0} \Longrightarrow \boxed{\frac{P}{P_0} = \left(\frac{T_0 - \beta y}{T_0 - \beta y_0}\right)^{\frac{Mg}{R\beta}}}$$

مثال: در سطح زمین دمای 25 درجه و فشار 1atm می باشد با فرض اتمسفر ایزوترمال فشار در ارتفاع 500 متری از سطح زمین برحسب کیلوپاسکال برابر خواهد بود:

1) 80 2) 85 3) 90 4) 95

$$P = P_0 e^{-\frac{29\,kg/kmol \times 9.8\, m/s^2 \times 500\, m}{8314\, J/kmol\,K \times 298.15\,°K}}$$

$P = 0.94 P_0$ ($P = 95\, kPa$)

مثال: در سطح زمین فشار اتمسفریک و دانسیته هوا $1.18\frac{kg}{m^3}$ در ارتفاع 500 متری از سطح زمین فشار برابر است با

1) 80 2) 85 3) 90 4) 95

فرض اتمسفر ایزوترمال $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0}$ $\rho_0 = \frac{P_0 M}{RT_0}$ $\rho = \frac{P_0 M}{RT_0}$

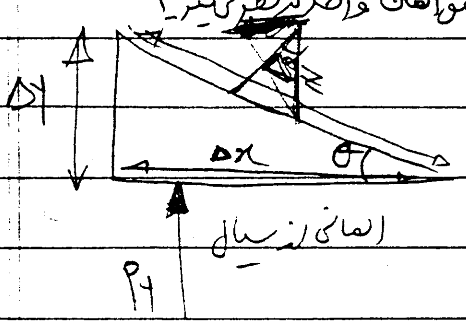
$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -\rho g\, dy \qquad dP = -\int_{y_0}^{y} \rho_0 \frac{P}{P_0} g\, dy$

$\ln P/P_0 = -\rho_0/P_0\, g(y-y_0) \Rightarrow \boxed{P = P_0 e^{-\rho_0 g y / P_0}}$

اصل پاسکال:

سیال ساکن را در نظر می‌گیریم. ($u=0$ تنش برشی صفر است) بنابراین فقط نیروهای فشاری به سیال وارد می‌شود.

کمترین المان واحد در نظر می‌گیریم



المانی از سیال

$\sum F_x = 0$

$P_x \times \Delta Y \times 1 - P_z \Delta Z \times 1 \sin\theta = 0 \qquad \Delta Y/\Delta Z$

$\sum F_y = 0 \;,\; P_y \Delta x \times 1 - P_z \Delta Z \times 1 \times \cos\theta \qquad \Delta x/\Delta Z$

$-\rho \times 1/2\, \Delta Y \Delta x \times 1 g = 0$

از اولی: $\longrightarrow P_x = P_z$

از دومی: $P_y = P_z + 1/2\, \rho g \Delta Y$

اگر ابعاد المان را به سمت صفر میل دهیم بنابراین $\Delta y \to 0 \,,\, \Delta x \to 0 \,,\, \Delta z \to 0$

$\boxed{P_x = P_y = P_z}$

* در یک سیال ساکن فشار در تمامی جهات یکسان است. $P_x = P_y = P_z$

اما اگر سیال ساکن نباشد فشار در تمام راستاها باهم برابر نخواهد بود و $P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$

نیروها و نیروهای وارد بر سطوح شناور:

نیروهای وارد بر سطوح غوطه‌ور:

1) صفحه موازی با سطح آزاد مایع باشد.

2) صفحه با سطح آزاد زاویه θ بسازد

3) صفحه عمود بر سطح آزاد مایع باشد

4) نیروهای وارد بر سطوح آزاد انحنادار باشد

۲۰۳) ③

$$P = \frac{\rho g h Q}{\eta} \qquad \frac{\rho \times 9.8 \times 50 \times 15 \times 10^{-3}}{0.85} = \boxed{2000}$$

توان کل پمپ

$$\rho = 809\ Kg/m^3$$

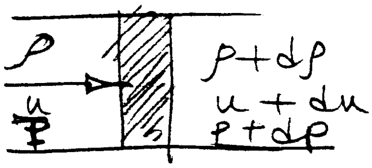
$$S = \rho / \rho_{H_2O} =$$

۲۰۷) ۴

۲۰۶) ④

$$\frac{P_s - P_v}{\rho g} - 6 - 2 - 5 > 0 \qquad \frac{P_s - P_v}{\rho g} \geq 13$$

جریان سیال تراکم پذیر :



① قانون بقای جرم : ① $\rho u A = (\rho + d\rho)(u + du) A$

$$\rho u = \rho u + u\, d\rho + \rho\, du + d\rho\, du$$

$$\mathrm{I} \quad \boxed{u\, d\rho + \rho\, du = 0} \ (*)$$

قانون بقای مومنتوم :

$$P.A - (P + dP)\cancel{A} = \rho u \cancel{A}(\cancel{u} + du - \cancel{u}) \ (*)$$

$$-dP = \rho u\, du \quad (\mathrm{II})$$

$$\mathrm{I}, \mathrm{II} : \quad u\, d\rho + \cancel{\rho}\left(\frac{-dP}{\cancel{\rho} u}\right) = 0 \Longrightarrow u = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$$

$$C = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$$

سرعت صوت

$$K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

تراکم پذیری گرمایی

$$K = \frac{-dP}{\frac{dV}{V}}$$

مدول بالک

هر چه قدر مدول بالک بزرگ باشد نشان گر آن است یعنی سیال به سیال تراکم ناپذیر نزدیکتر است .

$$\frac{dV}{V} = \frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{1/\rho} = \frac{-\frac{1}{\rho^2}d\rho}{\frac{1}{\rho}}$$

$$dV/V = -d\rho/\rho \qquad K = +\frac{dP}{d\rho/\rho} \Rightarrow \frac{K}{\rho} = \frac{dP}{d\rho}$$

$$\underset{\text{سرعت صوت}}{C} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$ ← مدول بالک

K زیاد ← سیال تراکم ناپذیر)

موج صوتی از داخل لوله عبور می کند . این فرآیند تقریباً آدیاباتیک و برگشت پذیر است .

(سرعت زیاد دارد و روی محیط خود اثری نمی گذارد .

گاز ایده آل

$$Pv^{\gamma} = cte \qquad P\rho^{-\gamma} = cte$$

$$\rho^{-\gamma}dP - \gamma\rho^{-\gamma-1}P\,d\rho = 0$$

$$dP - \frac{\gamma P}{\rho}d\rho = 0 \rightarrow \frac{dP}{d\rho} = \frac{\gamma P}{\rho}$$

برای گاز ایده آل
$$\boxed{C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}}$$

$$C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\frac{PM}{\rho T}}}$$

گاز ایده آل

$$\boxed{C = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}$$

$$Ma = \frac{V}{C}$$ ← سرعت سیال

هرچه ماخ عدد کوچکتر شود سیال به حالت تراکم ناپذیر تر نزدیک می شود .

$Ma = 0.3$
$$\begin{cases} Ma > 0.3 & \text{تراکم پذیر} \\ Ma < 0.3 & \text{تراکم ناپذیر} \end{cases}$$

$Ma > 1$: supersonic ما فوق صوت

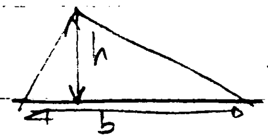
$Ma < 1$: subsonic مادون صوت

رابطه اولر ① $u\,du + \frac{dP}{\rho} = 0$ ② $\rho uA = cte$

$\rho u\,dA + \rho A\,du + uA\,d\rho = 0$

برای مقطع متغیر

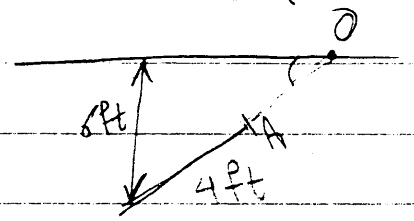
$$\div \rho uA \qquad \frac{dA}{A} + \frac{du}{u} + \frac{d\rho}{\rho} = 0$$



$I_{xx} = bh^3/36$ $\quad x_p = 0$ برای تمام اشکال بدلیل تقارن

مثال: صفحه‌ای به ابعاد $3 \times 4\ ft$ طوری در داخل آب قرار گرفته است که ضلع 3 فوتی آن با سطح آزاد مایع موازی بوده و فاصله‌اش از سطح آزاد مساوی $6\ ft$ امتداد این صفحه با سطح آزاد زاویه $30°$ می‌سازد نیروی وارد بر این صفحه برابر است با

1) 36γ 2) 48γ 3) 56γ 4) $\boxed{60\gamma}$



$\frac{1}{2} = \frac{6}{OB}$

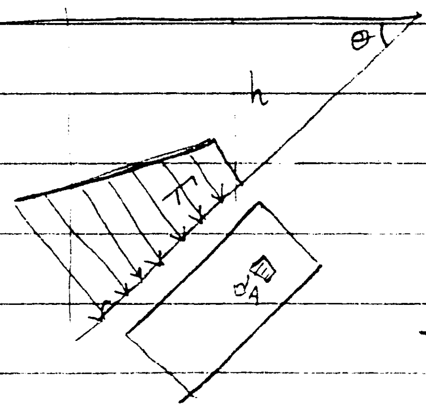
$OB = 12\ ft$

$\boxed{OA = 8\ ft}$

$\Rightarrow OC = 10\ ft \Rightarrow h_c = 5\ ft \qquad F = \gamma h_c A$

$F = \gamma(5)(3)(4) = 60\gamma$

$$Y_p = -\frac{\frac{1}{12}(3)(4)^3 \times \frac{1}{2}}{5 \times (3 \times 4)} = \frac{-16}{120} = -\frac{4}{30} = -\frac{1}{7} = -0.16\ ft$$



$df = \gamma h\, dA$

$df = \gamma\, dV$

$df = \gamma\, dV \rightarrow \boxed{F = \gamma (V)}$

$F \times \bar{X} = \int x \gamma\, dV$

محل اثر نیروی برآیند معادل مرکز حجم منشور.

اولاً اگر منشوری بسازیم که قاعده‌اش همان صفحه و ارتفاع منشور در هر نقطه معادل ارتفاع المان متناظر از سطح آزاد مایع باشد در اینصورت می‌توان گفت وزن سیال هم حجم منشور مساوی است با نیرویی است که بر صفحه وارد می‌شود؟ ثانیاً محل اثر نیروی برآیند برابر است با مرکز حجم منشور.

$\bar{X} = \frac{1}{V}\int x\, dV$

$\bar{Y} = \frac{1}{V}\int y\, dV$

منشور فقط برای اندازه‌گیری محل اثر نیروی برآیند

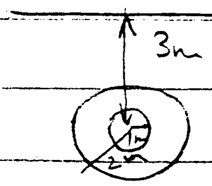
نیروی وارد بر سطح غوطه ور

$\theta = 90$

حالت سوم دقیقاً همانند حالت دوم است ولی θ برابر ۹۰ شده بنابراین مطالب گفته شده حالت دوم در اینجا برقرار است.

مهم: یک دیسک مطابق شکل در داخل آن قرار دارد نیروی وارد بر یک طرف دیسک و محل اثر نیرو برآیند را محاسبه کنید

$F = \gamma h_c A$



$$F = \gamma h_c A$$

$$= \gamma(3) \times [\pi(2)^2 - \pi(1)^2]$$

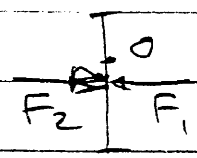
$$F = 3\gamma[3\pi] = \boxed{9\gamma\pi}$$

محل اثر نیرو:

$F_1 = 12\pi\gamma$ نیروی وارد بر دایره بزرگ

$F_2 = 3\pi\gamma$ نیروی وارده بر دایره کوچک

فرض می‌کنیم صفحه سالم است ولی F_2 در جهت خلاف F_1 وارد می‌گردد. به جای اینکه



$$F_1X_1 - F_2X_2 = (F_1 - F_2)\bar{X}$$

$$X_1 = \frac{-\pi(2^4)/4 \times 1}{3 \times \pi(2)^2} = -1/3$$

$$X_2 = \frac{-\pi(1)^4}{3\pi(1)^2} = -1/12$$

$$4\pi\gamma - \pi\gamma/4 = 9\pi\gamma\bar{x}$$

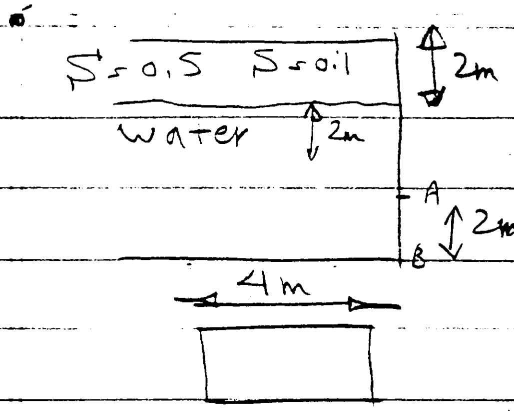
$$\bar{x} = 15/4\times 9 = 5/12$$

برای رینگ $y_p = \dfrac{-\pi(R^4 - r^4)/4}{3\times\pi(R^2 - r^2)}$

راه دوم:

$y_p = -\pi R^4 / h_c \pi(R^2 - r^2)$

I دایره کوچک $x \cdot x$ I دایره بزرگ یعنی



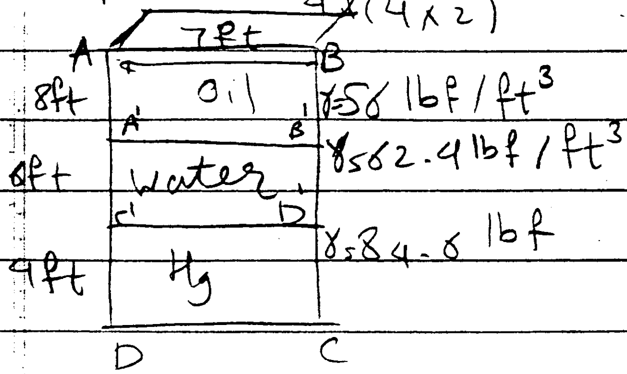
اگر عمق دریچه از ۴ متر باشد.
الف) محل اثر نیرو را بیابید
ثانیاً نیروی کل وارد بر دریچه را حساب کنید.

$$F = [(\gamma_{oil} + 2) + (\gamma_{oil} \times 3)] \times (4 \times 2) = 320\ kN$$

$$P = \rho_{oil} \cancel{g} h_{oil} = \rho_{H_2O} \cancel{g} h_{H_2O}$$

$$0.5 \times 2 = 1 \times h_w \rightarrow \boxed{h_w = 1}$$

$$X_p = -\frac{\frac{1}{2}(4)(2)^3}{4 \times (4 \times 2)} = -0.048 = 4.8\ cm$$



سه سیال داریم
می‌خواهیم نیروی وارد بر سطح ABCD
را پیدا کنیم.

$$F_{ABA'B'} = (4 \times \gamma_{oil})(8 \times 7)$$

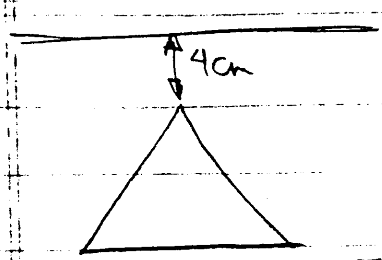
$$F_{A'B'C'D'} = (8\gamma_{oil} + 3\gamma_w)(6 \times 7)$$

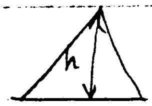
$$F_{C'D'CD} = (8\gamma_{oil} + 6\gamma_w + 2\gamma_{Hg})(7 \times 4)$$

$$F_{کل} = F_{ABA'B'} + F_{C'D'CD} = 108800\ lbf$$

یک صفحه مثلثی با اضلاع مساوی (50cm) در داخل آب قرار دارد.
نیروی وارد بر یک سمت صفحه را حساب کنید؟

۱۶۸ ۴۶۸ ۴۶۴۲٫۵ ۴۶۴۲۵

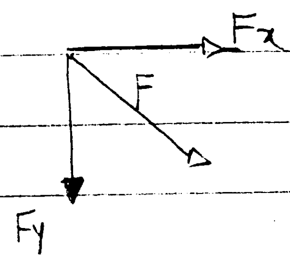




$$h = \sqrt{50^2 - \left(\frac{\sqrt{50}}{2}\right)^2} = 43.8\,cm$$

$$F = P_c \times A = \gamma\left[4 + \tfrac{2}{3}h\right] \times \left(\tfrac{1}{2} \times 0.5 \times 0.438\right)$$

حالت چهارم: نیروی وارد بر سطح انحنا دار:



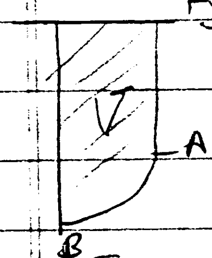
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

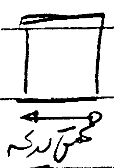
اگر بخواهیم نیروی افقی F_x را حساب کنیم کافیست نیروی وارد بر تصویر دیگر روی محور ها را محاسبه کنیم

نیروی عمودی F_y: برابر است با وزن سیال روی سطح انحنا دار تا سطح آزاد مایع

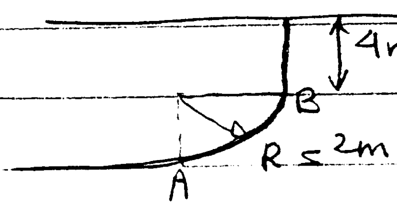
$F_y = \gamma V$ $\quad$ $F_x = \gamma h A$

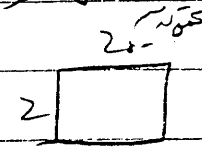
تر





مثال: نیروی عمودی، نیروی افقی و نیروی کل و محل اثر نیروی برآیند را که بر سطح انحنا دار AB وارد می‌شود را محاسبه نمایید. عمق دیگر 2m است.

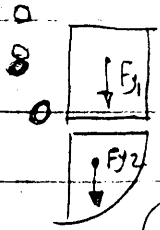




$$F_x = \gamma h_c A = \gamma(5 \times 4) = 20\gamma$$

$$F_y = \gamma V = \gamma\left[2 \times 4 + \frac{\pi R^2}{4}\right] \cdot 2 = 22.28\gamma$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 29.2\gamma$$



$F_{y_1} = 16\gamma$

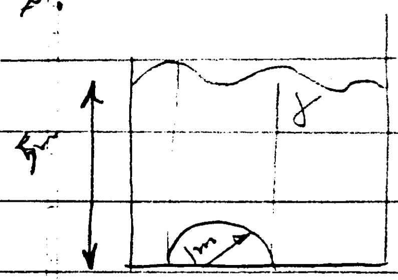
$F_{y_2} = 2\pi\gamma$

$(F_{y_1} * 1m) + F_{y_2} * \underbrace{(4\times 2/3\pi)}_{4R/3\pi} = (16\gamma \times 1) + (2\pi\gamma \times \frac{8}{3\pi})$

$= (22.28\gamma)\bar{x}$

$\bar{x} = \frac{16 + 16/3}{22.28} = \boxed{0.96m}$

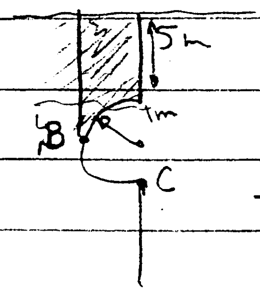
مثال: حجم مطابق شکل با وزن مخصوص γ در داخل سیالی قرار دارد نیروی عمودی وارد بر آن که استوانه برابر است با:



$F_y = \gamma V = \gamma\left[(5\times 2\times 4) - \frac{\pi\times 4}{2}\right]$

عمق استوانه $= 4$

برآیند نیروی وارد استوانه در راستای افقی صفر است.



نیروی عمودی وارد بر نیمکره را حساب کنید.

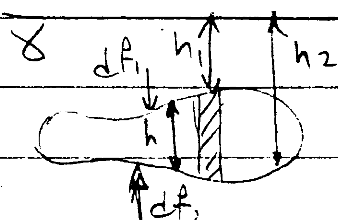
$F_{y_{AB}} = \gamma\left[(\pi\times r^2)\times 6 - \frac{1}{4}\times \frac{4}{3}\pi r^3\right]$

$F_{y_{BC}} = \gamma\left[(\pi\times r^2)\times 6 + (\frac{1}{4}\times\frac{4}{3}\pi r^3)\right]$

$\boxed{F = \gamma\left[\frac{2}{3}\pi r^3\right]}$

نیروی بویانسی: غوطه ور: کاملاً در داخل سیال

شناور: قسمتی در سیال قسمتی از جسم در هوا



$df_1 = \gamma h_1 dA$

$df_2 = \gamma h_2 dA$

$df_2 - df_1 = \gamma(h_2 - h_1)dA$

$= \gamma h dA$

df_2 بیشتر از df_1 یعنی برآیند نیروهای وارده بر جسم بزرگتر است و برآیند آنها به سمت بالا است.

$df_2 - df_1 = df_B - \gamma h dA = 0 \longrightarrow F_B = \gamma V_{\text{سیال}}$ جسم

اگر جسمی در سیال غوطه‌ور شود از طرف سیال بر جسم نیرویی وارد می‌شود که مقدار آن برابر است با وزن سیال هم‌حجم جسم. این نیرو همواره رو به بالاست و راستای آن از مرکز حجم می‌گذرد.

$\bar{x}_B F_B = \int x\,dF$, $\bar{x}_B = \frac{1}{\gamma V}\int x\gamma\,dV$

$x_B \times \gamma \times V = \int x\gamma\,dV$

$$\boxed{x_B = \frac{1}{V}\int x\,dV}$$

یعنی راستای نیروی بویانسی از مرکز حجم می‌گذرد یا مرکز حجم محل اثر نیروی بویانسی است.

$W_{\text{واقعی}} - F_B =$ وزن ظاهری

* مثال: وزن جسمی در هوا $1.5N$ و در درون سیالی برابر $1.2N$ می‌باشد. دانسیته سیال برحسب gr/cm^3 برابر است با یک. دانسیته جسم برحسب gr/cm^3 برابر است با:

1) 1.25 2) 2 3) 3 4) 5

وزن واقعی $= 1.5N$ $\quad 0.3 = \gamma V$

وزن ظاهری $= 1.2N$ $\quad 0.3 = 10000V$

$W' = W - F_B \quad F_B = \gamma V_{\text{سیال}} \quad V = 3\times10^{-5}m^3 = 30cm^3$

$1.2 = 1.5 - F_B$ $\quad W_{\text{واقعی}} = 0.15 = 150gr$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{150}{30} = \boxed{5\ gr/cm^3}$$

وزن یک جسم در داخل آب 1.5 و در روغنی با دانسیته $750\ kg/m^3$ برابر $2N$ می‌باشد. دانسیته جسم برحسب gr/cm^3 برابر است با:

1) 1.75 2) 2 3) 3 4) 5

$W'_1 = W - F_{B_1}$

$W'_2 = W'_1 - W'_2 = F_{B_2} - F_{B_1}$

$= V\times\gamma_2 - V\times\gamma_1$

حجم $V = \frac{W'_1 - W'_2}{\gamma_2 - \gamma_1} = \frac{2-1.5}{2500} = 2\times10^{-4}m$

$$V = \frac{2-1.5}{10000-7500} = 0.2\times10^{-3}m^2$$

$$W_1' = W - \gamma_1 \left(\frac{W_1' - W_2'}{\gamma_2 - \gamma_1}\right)$$

$$\rightarrow \boxed{W = \frac{\gamma_2 W_1' - \gamma_1 W_2'}{\gamma_2 - \gamma_1}}$$

$$\boxed{W = \frac{\gamma_2 W_1' - \gamma_1 W_2'}{\gamma_2 - \gamma_1}}$$

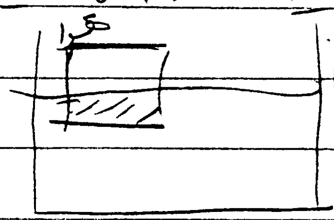
$$W = \frac{(10000 \times 2) - (7500 \times 15)}{10000 - 7500} = 3.5$$

$$W = 3.5 = mg \rightarrow m = 0.35\,Kg = \boxed{350\,gr}$$

$$\rho = \frac{3500}{200} = 1.75$$

نیروی شناوری: طبق قانون ارشمیدس اگر جسمی در سیالی شناور شود وزن سیال جابجا شده برابر است با وزن جسم.

$W = \gamma_{\text{سیال}} \times V_0$



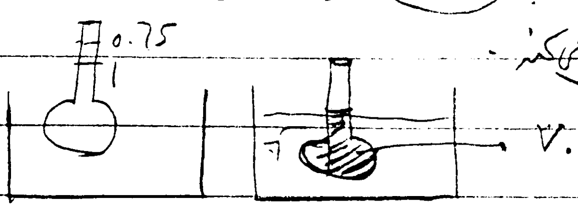
مثال: قطعه چوبی به ابعاد 4x4x1ft به کمک نیروی 400lbf در سطح آب شناور شده است. حجم قطعه چوب داخل آب برابر است با (چگالی چوب = 0.5)

$$400\,lbf + \underbrace{16}_{\text{حجم مکعب}} \times 0.5 \times \underbrace{62.4\,(lbf/ft^3)}_{\gamma_{\text{آب}}} = 62$$

$$\boxed{V = 14.41\,ft^3}$$

توجه: در سیستم انگلیسی γ و ρ برابرند.

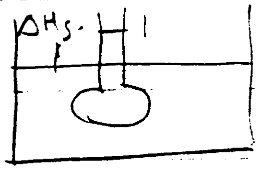
هیدرومتر: وسیله ای است که برای اندازه گیری دانسیته سیال بکار رفته و بر اساس اصول شناوری عمل می‌کند.



$W_{\text{وزن هیدرومتر}} = \text{وزن سیال جابجا شده}$

$W_{\text{هیدرومتر}} = \gamma_{\text{آب}} V_0$

15 8/20



$W = (V_0 - a\Delta H)\gamma_{\text{سیال}}$

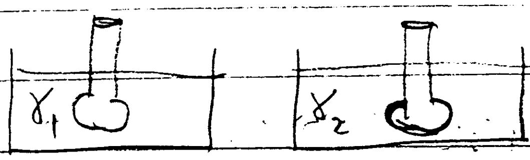
سطح مقطع هیدرومتر

$S' = \frac{\gamma_{\text{سیال}}}{\gamma_{\text{آب}}} \rightarrow V_0 \gamma_w = (V_0 - a\Delta H) S \gamma_w$

$V_0(1 - S) = -a\Delta H_S$

$\Delta H_S = V_0/a \left(\frac{S-1}{S}\right)$

توجه: اگر $\gamma_1 > \gamma_2$ هیدرومتر در γ_2 بیشتر فرو می‌رود

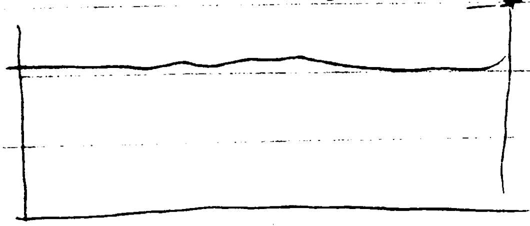


مثال: یک هیدرومتر را یکبار در الکل با $S=$ [illegible] و یکبار در روغنی با $S=0.8$ قرار می‌دهیم. تعادل می‌کنیم قطر هیدرومتر برابر 0.1 in است و اختلاف ارتفاع در دو سیال برابر 1 in است. وزن واحد هیدرومتر را محاسبه کنید.

$\Delta H_1 = V_0/a \left(\frac{S_0 - 1}{S_1}\right)$

$\Delta H_2 = V_0/a (S_2 - 1$

تعادل: تعادل یا خنثی است یا پایدار است یا ناپایدار:



تعادل پایدار: اگر جسم را از حالت اولیه منحرف کنیم جسم به حالت اولیه برمی‌گردد. (مرکز جرم جسم از مرکز حجم جسم پایین‌تر باشد).

تعادل ناپایدار : اگر جسم از حالت اولیه کمی منحرف کنیم جسم به حالت اول برنمی‌گردد.

در این حالت مرکز جرم از مرکز حجم بالاتر است.

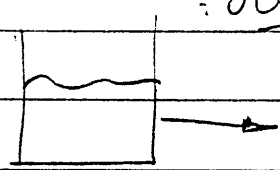
تعادل خنثی تعادلی است اگر تغییر در موقعیت جسم ایجاد کنیم هیچ تغییری در این حالت.

در شرایط جسم چه مرکز جرم، حجم ایجاد نمی‌شود. مرکز جرم بر مرکز حجم جسم

منطبق است

حرکت سیال :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x \qquad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho(a_y+g)$$



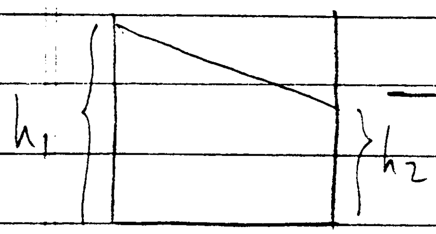
$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x \qquad \rho > 0 \;,\; a_x > 0$$

$$\partial P/\partial x < 0 \;;\; P_2 - P_1 / X_2 - X_1 < 0$$

$$\frac{P_2 - P_1}{L - 0} < 0$$

$$P_2 - P_1 < 0 \rightarrow P_2 < P_1 \rightarrow \boxed{h_2 < h_1}$$

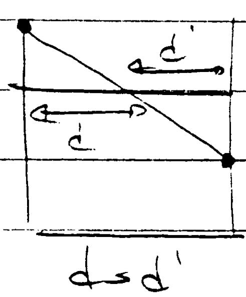
حالت دوم :



$$P = P(x,y)$$

$$dp = (\partial P/\partial x)\,dx + (\partial P/\partial y)\,dy$$

$$dp = -\rho a_x dy - \rho(a_y+g) - \rho(a_y+g)dy$$

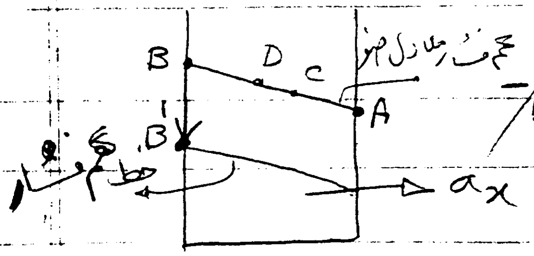


$$dp = -\rho a_x dx - \rho(a_y+g)\,dy$$

$$P = -\rho a_x X - \rho(a_y+g) + C$$

$$\int_0^{\bar{P}} dp = -\int_{X_A}^{X_c} \rho a_x dx - \int \rho(a_y+g)\,dy$$

15 8/20

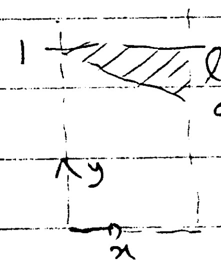


$$-\rho a_x dx - \rho(a_y+g)dy = 0$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = -a_x/a_y+g}$$

ایزوبار: خط معادل فشار صفر

حجم مکعبی $1\times1\times1$ پر از آب است به یکباره با شتاب $a_x = g/2$ شروع به حرکت می‌کند چند درصد آب از ظرف بیرون می‌ریزد؟



$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a_x}{a_y+g} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = -1/2$$

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = -1/2 \Rightarrow \frac{(1-l)-1}{1-0} = -1/2$$

$$-l/1 = -1/2 \rightarrow \boxed{l = 0.5m}$$

حجم بیرون ریخته $= 1/2 \times 1/2 \times 1\times1 = 1/4 m^3$

یک مکعب $1\times1\times1$ تا ارتفاع 0.5 متری از آب و روغن با دانسیته $750 kg/m^3$ پر شده است این ظرف با شتاب g رو به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند $P_{max} = ?$

13.9 12.9 11.9 8.9

$$dp = -\rho \cancel{a_x}^{0} dx - \rho(a_y+g)dy$$

$$\int_A^B dp = -\int_A^B \rho(a_y+g)dy$$

a_y^+ به سمت بالا

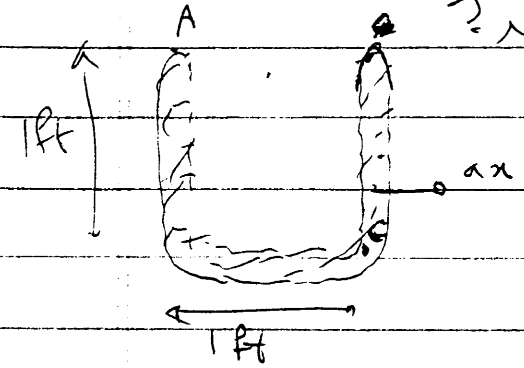
a_y به سمت پایین

$$P_B - 0 = +\int_0^{0.5}\rho(g+g)dy + \int_{0.5}^{1}\rho(g+g)dy$$

$$P_B = +\rho_w(g+g)\,0.5 + \rho_{oil}(2g)\,0.5$$

$$P_B = 12890\ Pa = \boxed{12.89\ kPa}$$

یک سطح ن شکل مطابق شکل با سرعت a_x شروع به حرکت می‌کند شتاب



۷ a_x چقدر باشد تا فشار در نقطه C اتمسفریک باشد؟

$$dp = -\rho(a_y+g)\,dy - \rho a_x\,dx$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a_x}{a_y+g} = -\frac{a_x}{g}$$

$$\frac{Y_A - Y_C}{X_A - X_C} = -\frac{a_x}{g} \Rightarrow \frac{1-0}{0-1} = -\frac{a_x}{g}$$

یک مخزن مطابق شکل روی سطح شیبداری با شتاب a_x حرکت می‌کند زاویه‌ای که سطح آزاد مایع با سطح افق می‌سازد را بدست آورید

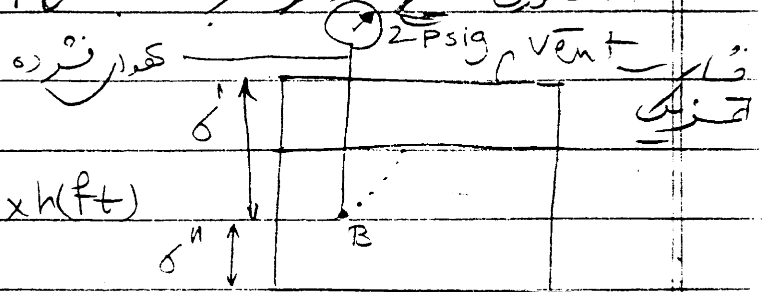
با سطح افق موازی است 60 30 30

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{a_x}{a_y+g} = \frac{-g\cos 30}{g\sin 30+g} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \dots$$

$$\theta = \mathrm{Arctg}(dy/dx)$$

$$\boxed{\theta = -30}$$

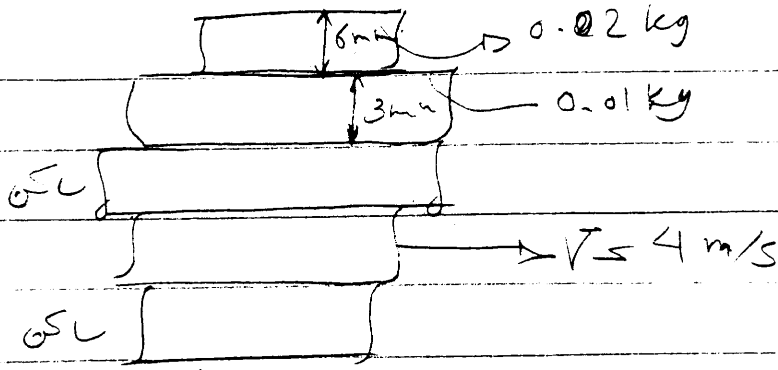
مثال: در یک مخزن مطابق شکل هوای فشرده با دبی خیلی کمی وارد مخزن می‌شود اگر دانسیته مایع $60\,lb/ft^3$ و دانسیته هوا lb/ft^3 باشد در اینصورت مایع در مخزن بر حسب ft را بدست آورید



$$P_A = P_B = 2\,psig$$

$$\Rightarrow \frac{2\,lbf}{in^2} \times \frac{12^2\,in^2}{1\,ft^2} = \frac{60\,lbf}{ft^3} \times h(ft)$$

$$\Rightarrow h = \frac{288}{60} = \boxed{4.8\,ft}$$



مثال: سه لوله مطابق شکل در داخل هم قرار گرفته‌اند. فواصل بین لوله‌ها از سیال پر شده است. در یک مقطع لوله نشان داده شده در شکل را با سرعت $4\ m/s$ می‌کشیم. با فرض اینکه توزیع سرعت خطی باشد تنش برشی وارده بر لوله‌های ساکن با قطر کوچک و بزرگ به ترتیب برابر است با: (برحسب Pa)

1) 6.67 ، 13.34
2) 6.67 و 6.67
3) 13.34 ، 6.67
4) 13.34 و 13.34

$$\tau_1 = \mu \frac{\Delta V}{\Delta r} \Rightarrow \tau_1 = 0.01 \times \frac{4}{0.003} = \frac{40}{3} = \boxed{13.34\ Pa}$$

$$\tau_2 = \mu \frac{\Delta V}{\Delta r} \rightarrow \tau_2 = 0.02\ \frac{4}{0.006} = \frac{40}{3} = \boxed{13.34\ Pa}$$

مثال: در داخل راکتوری به ارتفاع $10m$ دانسیته مخلوط با رابطه

$$\rho = 1000\left[1 + 50/y + \left(\frac{100}{y}\right)^2\right]$$

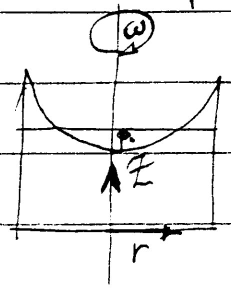
داده می‌شود. اگر $g = 10\ m/s^2$ فرض شود اختلاف فشار دو سر راکتور برحسب (KPa) برابر است با:

1) $\frac{43.1}{3}$ 2) $\frac{33.1}{3}$ 3) $\frac{331}{3}$ 4) $\frac{431}{3}$

$$dP = \rho g\, dy$$

$$\Rightarrow dp = \int_0^{10} 10^4\left[1 + \frac{50}{y} + \frac{10^4}{y^2}\right] dy \Rightarrow \boxed{\Delta P = \frac{331}{3}\ kPa}$$

حرکت دورانی : $dp = -\rho a_x dx - \rho(a_y + g)dy$



$x \sim r$

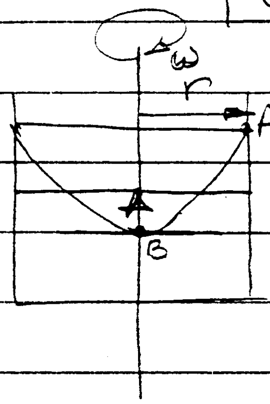
$y \sim Z$

$a_x = -r\omega^2$

$$\Rightarrow \boxed{dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dZ} \quad (*)$$

$$dp = 0 \longrightarrow \boxed{\frac{dZ}{dr} = \frac{r\omega^2}{g}}$$

حالت اول :

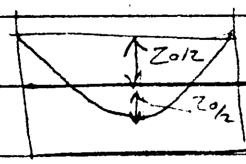


$$0 = \frac{1}{2}\rho\omega^2\left[r_A^2 - r_B^2\right] - \rho g (Z_A - Z_B)$$

$$Z_A = \frac{r_A^2 \omega^2}{2g} \qquad \boxed{Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g}}$$

حالت دوم : به شرطی که هیچگونه مایعی بیرون نریزد . Z به مقدار مساوی تقسیم می‌گردد

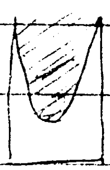
حجم سهمی $= \frac{1}{2}\pi R^2 Z_0$



مثال: ظرف استوانه‌ای به شعاع 2m و ارتفاع 8m پر از آب می‌شود در یک لحظه با سرعت دورانی 5 rad/s حول محور عمودی خود شروع به دوران می‌کند حجم آبی که بیرون می‌ریزد بر حسب متر مکعب ...

1) $7.75 m^3$ 2) $15.7 m^3$ 3) 12.4 4) 31.4

$$Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g} = \frac{4\times 25}{20} = 5m$$

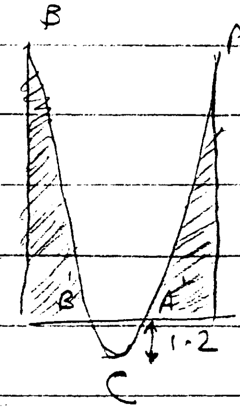


حجم مایعی که بیرون می‌ریزد $= \frac{1}{2}\pi(4)\times 5 = 10\pi = \boxed{31.4 m^3}$

18   8,27

مثال قبل با سرعت 6 rad/s :

$$Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g} = \frac{4\times 36}{20} = \boxed{7.2\,m}$$



$$Z = \frac{r^2\omega^2}{2g}$$

$$\frac{dZ}{dr} = \frac{r\omega^2}{2g}$$

حجم مایع بیرون ریخته $= V_{ACB} - V_{A'CB'}$

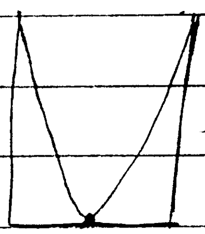
$$V_{ACB} = 1/2\,\pi (2)^2 (7.2)\,m$$

$$Z = 1.2 = \frac{r^2(36)}{20} \rightarrow r^2 = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{r = 0.81\,m}$$

$$V_{A'CB'} = 1/2\,\pi (0.81)^2 \times 1.2$$

مثال: ظرفی استوانه ای به شعاع 2m در اختیار داریم اگر این ظرف با سرعت دورانی ω (rad/s) طوری بچرخد که فشار در مرکز کف ظرف اتمسفریک باشد حداقل ω برحسب rad/s برابر خواهد بود.

6.5   5.6   4.5   30



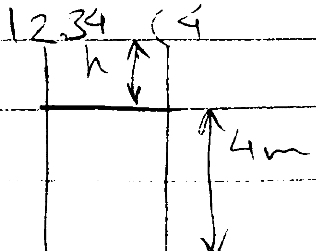
$$Z = \frac{r^2\omega^2}{2g} \qquad h = \frac{R^2\omega^2}{2g}$$

$$\omega = \frac{1}{R}\sqrt{2gh}$$

$$\omega = \frac{1}{2}\sqrt{20\times 6} \Rightarrow \boxed{\omega = 5.5\,rad/s}$$

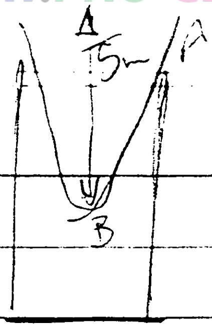
مثال: ظرفی استوانه ای به شعاع 2m و ارتفاع 6m تا ارتفاع 4m از مایع پر شده است. در یک لحظه با سرعت دورانی $5\,\frac{rad}{s}$ حول محور مرکزی می چرخد حجم آبی که بیرون می ریزد برحسب متر مکعب

1) 3.14   2) 6.28   3) 9.4   4) 12.34



$$Z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g} = \frac{4\times 25}{20} = 5$$

$$\frac{Z_0}{2} = 2.5\,m > h \rightarrow$$ مایع بیرون می ریزد



$$Z_A = \frac{R^2\omega^2}{2g}$$

حجم اولیه قبل از دوران $= \boxed{\pi R^2 (4) = 16\pi}$

حجم سهمی $= \frac{\pi R^2 Z_0}{2} = 10\pi$

حجم سهمی $= \frac{\pi R^2 Z_0}{2} = 10\pi$

حجم کل ظرف $= \pi R^2 (6) = 24\pi$

حجم مایع بعد از دوران $= \boxed{14\pi}$

$2\pi = 6.28\ m^3$

مثال: یک ظرف استوانه‌ای از سیالی با دانسیته $1200\ kg/m^3$ پر شده است. ظرف با سرعت دورانی $200\ rpm$ حول محور مرکزی می‌چرخد. فشار در نقطه A که $1\ m$ از محور دوران فاصله دارد $70\ kPa$ می‌باشد. فشار سیال در نقطه B که $2\ m$ بالای نقطه A و 1.5 متر از محور مرکزی فاصله دارد برحسب kPa برابر است با

1) 475   2) 175   3) 375 ✓   4) 275

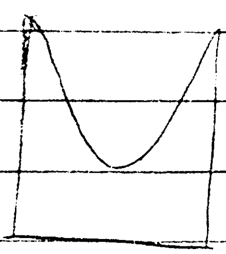
ω باید برحسب rad باشد

$$\int_A^B dP = \int_A^B \rho r \omega^2 dr - \int_A^B \rho g\, dZ$$

$$P_B - 70000 = 1200 \times \frac{\left[\frac{2\pi \times 200}{60}\right]^2 \left[1.5^2 - 1^2\right]}{2} - 1200 \times 10 \times$$

$$P_B = 375000\ Pa = \boxed{375\ kPa}$$

مثال: نیروی وارد بر جداره ظرف استوانه‌ای؟



$$F = \int p\, dA$$

$$F = \int p (2\pi r)\, dr$$

$$= (2\pi R) \int_0^h p\, dZ$$

H 8/27

$$\int_A^B dP = \int_A^B \rho k \omega^2 dr - \int_A^B \rho g dZ$$

$$\Rightarrow P_B - 0 = \rho g Z$$

$$\Rightarrow F = (2\pi R)\int_0^h P dZ = 2\pi R \int_0^h (\rho g z) dz$$

حرکت سیال :

جریان آرام : جریانی است که در آن لایه‌های سیال به آرامی روی هم می‌لغزند و مسیر حرکت ذرات قابل پیش‌بینی می‌باشد. در جریان آرام انتقال مومنتم مولکول توسط ذرات سیال صورت می‌گیرد. در جریان آرام رابطه $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ برقرار است.

در جریان آرام بازگشت ناپذیری و اتلاف انرژی از جریان درهم کمتر است بطوریکه $h_f \alpha V$ ، $h_f \alpha Q$.

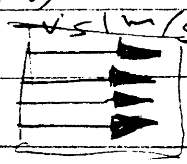
در جریان درهم مسیر حرکت ذرات قابل تشخیص نیستند ذرات سیال به هم چسبیده و تولید eddy یا گردابه می‌کنند. در جریان درهم انتقال مومنتم مولکولی توسط eddy ها صورت می‌گیرد. در جریان درهم قابل $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ صادق نیست بلکه $\tau = -\eta \frac{du}{dy}$ ، که η لزجت گردابه‌ای است.

لزجت گردابه‌ای تابعی است از دانسیته سیال و نوع حرکت سیال.

در جریان درهم اتلاف انرژی به مراتب بیشتر از جریان آرام باشد بطوریکه

$$h_f \alpha V^n \quad n = 1.75 - 2 \qquad h_f \alpha Q^n \quad n = 1.75 - 2$$

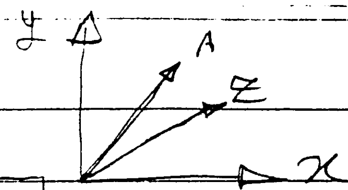
جریان یکنواخت : جریانی است که در آن مقدار بردار سرعت با مکان تغییری نمی‌کند $\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial S} = 0\right)$. $t = 1$ $V = 1\ m/s$



جریان پایدار : (دائم) : جریانی است که بردار سرعت هم از لحاظ مقدار هم از لحاظ راستا با زمان تغییری نمی‌کند $\left(\frac{\partial V}{\partial t} = 0\right)$.

* خط جریان : خطی است که مماس بر آن در هر لحظه بردار سرعت را به ما می‌دهد.

در یک جریان دائم یا پایا چون تغییرات بردار سرعت با زمان صفر است بنابراین خط جریان هم تغییری نمی‌کند و همواره ثابت می‌ماند.



$$\vec{V} = u \times \vec{i} + v \times \vec{j} + w \times \vec{k}$$

$$dx = u \times dt$$

$$dy = v \times dt$$

$$dz = w \times dt$$

$$\boxed{\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}} \quad (*)$$

در جریان دوبعدی داریم : (مولفه‌های سرعت) $u = -kx$ و $v = +ky$ و $w = 0$

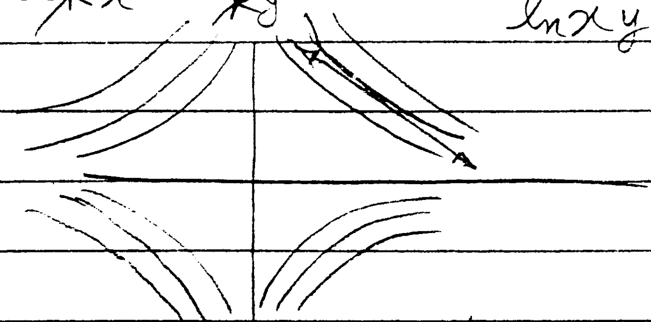
معادله خط جریان چیست (k مقدار ثابت است).

تشابه

$$\frac{dx}{-kx} = \frac{dy}{ky} \Longrightarrow -\ln x = \ln y + \ln c$$

$$\ln xy = \ln c$$

$$xy = c \Longrightarrow \boxed{y = \frac{c}{x}}$$



خط مسیر : مکان هندسی نقاطی است که یک ذره طی می‌کند

خط رگه : برای اینکه مسیر حرکت یک ذره را در داخل سیال مشخص کنیم یک ماده رنگی در داخل سیال تزریق می‌کنیم مسیری که ماده رنگی در داخل سیال از خود بجا می‌گذارد خط رگه نام دارد اگر جریان پایدار باشد خط رگه خط مسیر و خط جریان هرسه بر روی هم منطبق هستند.

قوانین بقاء : اگر N یک خاصیت از سیستم باشد و مقدار N به ازای واحد جرم را η نشان دهیم در اینصورت داریم :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho \eta \, dV + \int_{C.S} \rho V \eta \, dA$$

قانون پیوستگی

$$\boxed{\frac{N}{m} = \eta = 1} \longleftarrow N = M$$

فرض کنیم

 8,27

$N = m \longrightarrow \eta = 1$

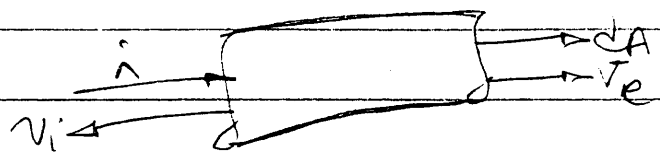
پایستگی جرم $\quad 0 = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV + \int \rho \vec{V} d\vec{A}$

$\frac{dN}{dt} =$ چون جرم ثابت است داریم

$S.S: \frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV = 0$

$\Longrightarrow \int \rho \vec{V} d\vec{A} = 0 \longrightarrow$ قانون پیوستگی

(بردار سطح بردار عمود بر سطح و همیشه به سمت بیرون)



$\int \rho_i V_i dA \cos(180) + \int \rho_e V_e dA_e \cos 0 = 0$

$\Longrightarrow \int \rho_i V_i dA_i = \int \rho_e V_e dA_e$

اگر فرض کنیم سرعت سیال در هر سطح مقطع و دانسیته در هر سطح مقطع یکسان باشد

$\rho_i V_i A_i = \rho_e V_e A_e$

$\rho = cte \;,\; \overset{\dot m_i}{V_i A_i} = \overset{\dot m_e}{V_e A_e}$

$Q_i = Q_e$

جریان یک بعدی جریانی است که مولفه‌های سرعت در راستای عمود بر مسیر اصلی حرکت سیال صفر باشد.

$\rho_i \bar{V}_i A_i = \rho_e \bar{V}_e A_e$

$\dot m = \int \rho V dA$

$\dot m = \rho \bar{V} A$

$\rho \bar{V} A = \int \rho V dA$

Raman Sad

$\rho = cte$: $\boxed{\bar V = \frac{1}{A}\int V \cdot dA}$ ← برای محاسبه سرعت متوسط

مثلا اگر سرعت در جریان $V = V_{max}[1-(r/R)^2]$ از شرایط پیروی می‌کند سرعت

متوسط برابر است با:

$$V = V_{max}[1-(r/R)^2] \Rightarrow \bar V = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R V_{max}[1-(r/R)^2]\,2\pi r\,dr$$

$$\Rightarrow \bar V = \frac{2V_{max}}{R^2}\left[\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4R^2}\right]_0^R$$

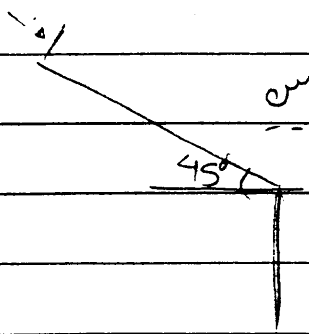
$$\Rightarrow \boxed{\bar V = \frac{1}{2}V_{max}}$$

مثال: برای جریان متلاطم: $V = V_{max}[1-r/R]^{1/7}$

$$\bar V = V_{max} = \frac{49}{60}V_{max} = 0.82\,V_{max}$$

$$V = V_{max}\left[1-\frac{r}{R}\right]^m$$

$$\Rightarrow \bar V = \frac{2}{(1+m)(2+m)}V_{max}$$

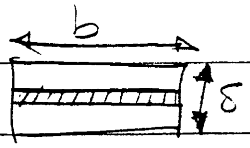


مثال: سیالی مطابق شکل از روی سطح شیبداری به سمت پایین حرکت می‌کند توزیع سرعت سیال

$V = V_{max}[1-(x/\delta)^2]$

$\frac{\bar V}{V_{max}} = ?$

3/4 2/3 ✓ 1/3 1/2

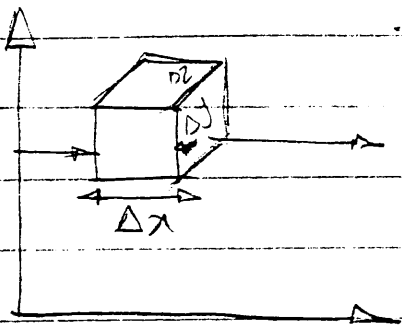


$$\bar V = \frac{1}{\cancel{b}\delta}\int_0^\delta V_{max}[1-(x/\delta)^2]\,\cancel{b}\,dx$$

$$\Rightarrow \bar V = \frac{V_{max}}{\delta}\left[x - x^3/3\delta^2\right]_0^\delta$$

$$\bar V = \frac{2}{3}V_{max}$$

قانون پیوستگی در حالت کلی ، اگر المانی از سیال را به ابعاد Δx , Δy , Δz و مولفه های سرعت u و v و w داشته باشیم.



ورودی به المان : $\left[(\rho u) - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\times\frac{\Delta x}{2}\right]\Delta y\Delta z$

خروجی از المان : $\left[(\rho u) + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\times\frac{\Delta x}{2}\right]\Delta y\Delta z$

خروجی − ورودی در راستای x $= -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}\times\Delta x\times\Delta y\times\Delta z$

" در راستای y : $-\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\times\Delta x\times\Delta y\times\Delta z$

" در راستای z : $-\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\times\Delta x\times\Delta y\times\Delta z$

$$\left[-\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}-\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}-\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right]\Delta x\Delta y\Delta z = \Delta x\Delta y\Delta z\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}}$$

سیال تراکم پذیر : $\nabla(\rho.\vec{V}) = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$ قانون پیوستگی

اگر سیال تراکم ناپذیر باشد $\rho = cte$: $\nabla\vec{V} = 0 = \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z} = 0$ همواره برقرار است

سیال تراکم پذیر : $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 = \nabla(\rho\times\vec{V}) = 0$

در حالت S.S $\Rightarrow \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$

مثال: جریان دو بعدی از یک سیال تراکم ناپذیر مولفه سرعت در راستای x با رابطه $u=2x+3y$ داده می‌شود مولفه سرعت در راستای y برابر خواهد بود با:

1) $\cancel{2}y$ 2) $-2y$ ✓ 3) $4xy$ 4) $4xy$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$2+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \longrightarrow \boxed{v=-2y}$$

مثال: مولفه‌ی سرعت یک جریان سه بعدی برای یک سیال تراکم ناپذیر

$u=a(x^2-y^2)$ و $v=?$, $w=b$ مقدار v برابر است با:

1) $-2axy$ 2) $2axy$ 3) $-2axy+f(x,z,t)$ ✓ 4) $2axy+f(x,z,t)$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y}=-2ax \Longrightarrow v=-2axy+f(x,z,t)$$

تابع جریان: فرض کنیم $\psi=\psi(x,y)$ - این تابع فقط در جریان دو بعدی مطرح می‌شود.

$$d\psi=\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)dx+\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)dy$$

$-v\,dx+u\,dy=0$

اگر ψ تابع جریان باشد $\longrightarrow$ $u=\frac{\partial \psi}{\partial y}$ و $v=-\frac{\partial \psi}{\partial x}$ $d\psi=$

مولفه سرعت در راستای x

$$d\psi=-v\,dx+u\,dy \Longrightarrow \frac{dx}{u}=\frac{dy}{v}$$

$d\psi=0$

$v\,dx=u\,dy$

۲۲ 8/27

تابع جریان یک تابع کلی است که به ازای هر مقدار C در رابطه $\psi(x,y)=c$ معادله یک خط جریان را به ما می‌دهد.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial\left(\partial\psi/\partial y\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(-\partial\psi/\partial x\right)}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}=0$$

مثال: در یک جریان دوبعدی از سیال تراکم ناپذیر تابع جریان ψ با رابطه

$$\psi=-\frac{A}{2}\ln(x^2+y^2)$$

داده می‌شود که در آن A مقدار ثابتی است مولفه‌های سرعت در راستای x و y برابرند با:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}\longrightarrow u=-\frac{A}{2}\left[\frac{2y}{x^2+y^2}\right]\Longrightarrow \boxed{u=-\frac{Ay}{x^2+y^2}}$$

$$V=-\frac{\partial\psi}{\partial x}\longrightarrow V=-\left[-\frac{A}{2}\,\frac{2x}{x^2+y^2}\right]\Longrightarrow \boxed{V=\frac{Ax}{x^2+y^2}}$$

مثال: $u=a(x^2-y^2)$ ، $V=-2axy$ در یک جریان دوبعدی از سیال تراکم ناپذیر است تابع ψ را بدست آورید.

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y}\to\psi=\int u\,dy\Longrightarrow\psi=\int a(x^2-y^2)\,dy$$

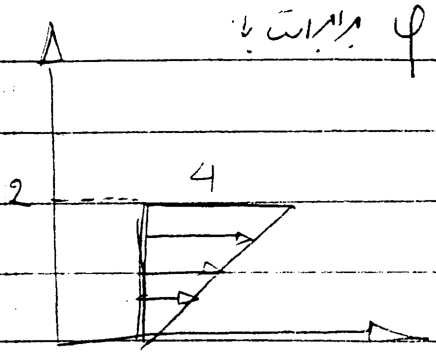
$$\psi=ax^2y-ay^3/3+f(x)$$

$$V=-\frac{\partial\psi}{\partial x}=-2axy=-\left[2axy+\frac{df(x)}{dx}\right]$$

$$\frac{df(x)}{dx}=0\;\longrightarrow\;f(x)=c$$

$$\psi=ax^2y-ay^3/3+c$$

مثال: برای جریان یک بعدی نشان داده شده در شکل تابع جریان ψ برابر است با



1) $\frac{y^2}{2}+x$

2) $\boxed{y^2+1}$

3) $2y^2+1$

4) $4y^2/3+3$

$$V_x = Ay + B$$

$$\begin{cases} y=0 ,\ V_x=0 & 0=0+B \\ y=2 ,\ V_x=4 \rightarrow 4=A \cdot 2 & \boxed{B=0} \end{cases}$$

$$\boxed{V_x = 2y}$$

$$V_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad 2y = \frac{\partial \psi}{\partial y} ,\ d\psi = 2y\,dy \quad \psi = y^2 + c$$

قانون بقای مومنتم

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho \eta\, dV + \int_{cv} \rho \eta\, v \times dA$$

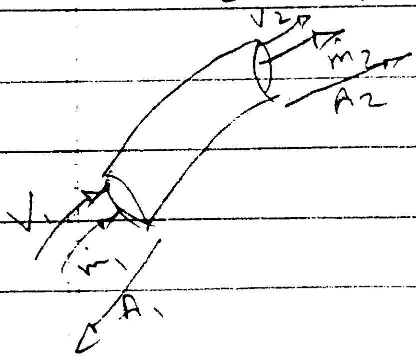
$$N = mV \quad \sum F = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho v_x\, dV + \int \rho v \cdot v \times dA$$

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t}\int \rho v_x\, dV + \int \rho v_x\, v\, dA$$

1) اگر فرآیند S.S باشد.

$$\partial/\partial t \int \rho v_x\, dV = 0$$

$$\Rightarrow \sum F_x = \int \rho v_x\, v \times dA$$



$$\sum F_x = \int \rho v_{x_1} v_{x_1} \times dA_1 \cos 180$$

$$+ \int \rho v_{x_2} v_{x_2} \times dA_2 \times \cos 0$$

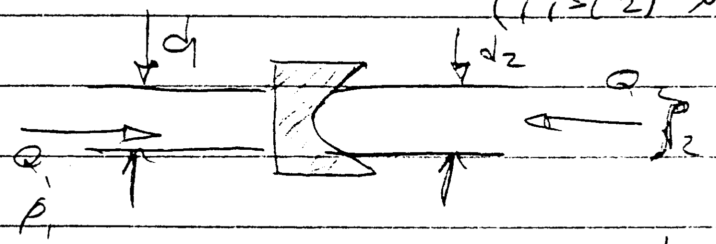
23 / 9,4

۲) اگر جریان را یکنواخت فرض کنیم

$$\boxed{\sum F_x = v_{x_2}\dot{m}_2 - v_{x_1}\dot{m}_1}$$

$$\boxed{\sum f_x = \dot{m}/g_c\,(v_{2x} - v_{1x})} \longrightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

مثال: در شکل نشان داده شده نسبت Q_1/Q_2 چقدر باشد تا جسم معلق نشان داده شده در حال تعادل باقی بماند $(\rho_1 = \rho_2)$



۱) $\dfrac{d_1}{d_2}$

۲) $\sqrt{\dfrac{d_1}{d_2}}$

۳) $(d_1/d_2)^2$

۴) $\sqrt{2}\,\dfrac{d_1}{d_2}$

($\sum \dot{m}$ برابر نیست)

$$\sum f_x = 0 \Rightarrow \dot{m}_1 V_{1x} = \dot{m}_2 V_{2x}$$

$$\rho_1 Q_1 \times \frac{4Q_1}{\pi d_1^2} = \rho_2 Q_2 \times \frac{4Q_2}{\pi d_2^2}$$

$$\Longrightarrow Q_1^2/Q_2^2 = d_1^2/d_2^2$$

$$\boxed{\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{d_1}{d_2}}$$

مثال: یک جت آب به قطر 2in به یک دیواره برخورد کرده و نیروی 600lbf را به دیواره وارد می‌کند دبی آب برحسب ft^3/s برابر است:

5.6   3.6 $\boxed{2.6}$ 5.3

بر اساس $\sum f_x = \dot{m}/g_c(v_{2x} - v_{1x})$ $Q = VA$

نیرویی که به سیال وارد می‌شود

$$-600\,lbf = \frac{\rho Q}{32.2}\left(0 - \frac{4Q}{\pi D^2}\right)$$

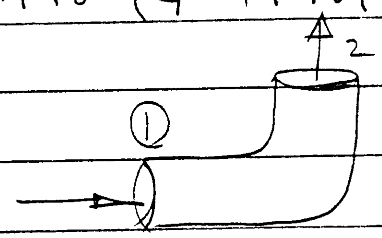
چون دیواره جسم جامد است ... سرعت صفر ...

$$600 = \frac{62.4}{32.2}\left(\frac{4}{\pi\left(\frac{2}{12}\right)^2}\right)$$

$$Q^2 = 6.3 \rightarrow \boxed{Q = 2.5}$$

مثال – آب با سرعت 5m/s و فشار 35kPa وارد یک زانوی 90° با قطر 30cm می‌شود نیروی وارده از طرف سیال بر زانو برحسب نیوتن برابر است با: در راستای x

1) 4241 2) -4241 3) 1748 4) -1748



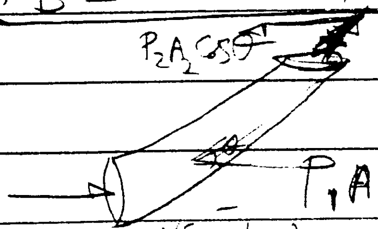
نیروی { فشاری، برشی، وزن

در راستای x: $P_1A_1 - P_2A_2 + F_B - F_g = \dot m/g_c(V_{2x} - V_{1x})$

$$35000 \times \frac{\pi(0.3)^2}{4} - 0 + F_B - 0 = \frac{1000 \times 5 \times \pi/4 (0.3)^2}{1}[0-5]$$

$\boxed{F_B = -4239N}$ این نیرو از طرف زانو بر سیال وارد می‌شود

$\boxed{F_B = +4239N}$ از سیال بر زانو



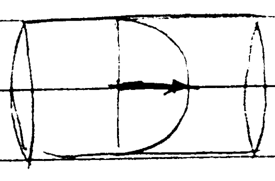
$P_1A_1 - P_2A_2\cos\theta + F_{Bx} = \frac{\dot m}{g_c}(V_2\cos\theta - V_{1x})$

در راستای x — نیروی وارد بر سیال

$$\sum F_x = \dot m/g_c(V_{2x} - V_{1x})$$

زانی سرعت یکنواخت امکانپذیر نیست چون ویسکوزیته نمی‌گذارد.

ضریب تصحیح اندازه حرکت:



$$\sum F_x = \dot m/g_c(\beta_2 \bar V_{2x} - \beta_1 \bar V_{1x})$$

$$\int \rho V\, V dA = \rho \bar V A \beta \bar V$$

$$\beta = \frac{1}{A}\int \left(\frac{V}{\bar V}\right)^2 dA$$

ضریب تصحیح اندازه حرکت

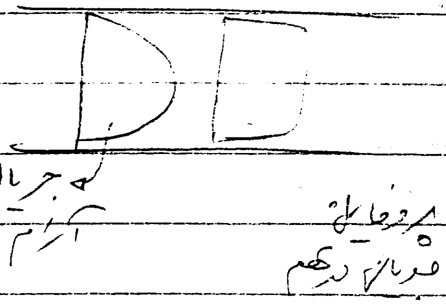
244 β جریان یکنواخت $= 1$ $\quad 9/4 \quad$ β همواره بزرگتر از 1 است.

در جریان آرام داخل لوله:

$$\beta = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R \left[\frac{u_{max}[1-(r/R)^2]}{u_{max}/2}\right]^2 (2\pi r\,dr)$$

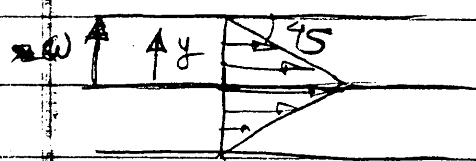
$$\beta_{\text{آرام}} = \frac{8}{R^2}\int_0^R [1-(r/R)^2]^2 r\,dr \longrightarrow \boxed{\beta = 4/3}$$

$$\boxed{\beta_{\text{درهم}} = 1.03 - 1.01}$$



مثال: برای پروفایل نشان داده شده در شکل ضریب تصحیح اندازه حرکت برابر است با: فاصله صفحات موازی از هم ω می باشد. (کانال)

$4/3 \qquad 2 \qquad 2/3 \qquad \boxed{1/2}$



$$V = ay + b$$

$$\begin{cases} y = 0 : V = U \longrightarrow b = U \\ y = \omega ,\ V = 0 \longrightarrow 0 = a\omega + U \end{cases}$$

$$\boxed{a = \frac{-U}{\omega}}$$

$$\boxed{V = U(1 - y/\omega)}$$

$$\bar{V} = \frac{1}{\omega \times 1}\int_0^\omega U(1 - y/\omega)\,dy$$

$$\bar{V} = U/\omega\,[y - y^2/2\omega] \longrightarrow \boxed{\bar{V} = U/2}$$

$$\beta = \frac{1}{\omega \times 1}\int_0^\omega \left[\frac{2U(1-y/\omega)}{U}\right]^2 dy \longrightarrow \boxed{\bar{V} = U/2}$$

$$\beta = 4/\omega\,[y - y^2/\omega + y^3/3\omega^2]_0^\omega$$

$$\beta = 4/3$$

رابطه اولر :

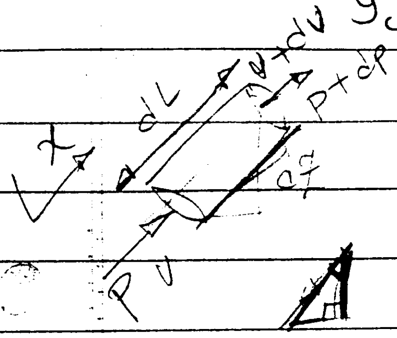
فرضیات اولر :

اصلی 1) سیال ، سیال ~~[illegible]~~ ویسکوزیته صفر است .

$$\sum f_x = \frac{\dot m}{g_c}(v_{2x} - v_{1x})$$

2) جریان S.S می باشد

3) معادله اولر برای یک خط جریان می نویسیم .



$$P \times A - (P + dP)A - \rho A\, dl \times g/g_c \cos\theta = \frac{\rho v A}{g_c}(u + du - u)$$

$$\frac{dz}{dl}$$

$$-dP - \rho g/g_c\, dz = \rho u\, du/g_c$$

$$\frac{dP}{\rho} + g/g_c\, dz + \frac{u\, du}{g_c} = 0$$

رابطه برنولی که معادله اولر بدست می آید .

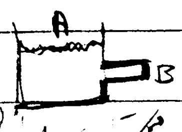
علاوه بر 3 فرض اولر فرض 4 سیال تراکم ناپذیر باشد

$$\frac{P_A}{\rho} + g/g_c Z_A + v^2/2g_c = cte$$

$$\frac{P_A}{\rho} + g/g_c Z_A + v^2/2g_c = \frac{P_B}{\rho} + g/g_c Z_B + v_B^2/2g_c = cte$$

محدودیت

برای گازها نیز می توانیم برنولی را استفاده کنیم درصورتیکه تغییرات فشار تدریجی و خیلی کند صورت بگیرد بنابراین در فاصله زمانی کوتاهی تغییرات فشار تغییرات حجم مخصوص را نداشته زیاد نخواهد بود ~~[illegible]~~



[illegible]

مثال: آب از شلنگی با سرعت $10\ m/s$ خارج می‌شود. آب در راستای عمودی حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

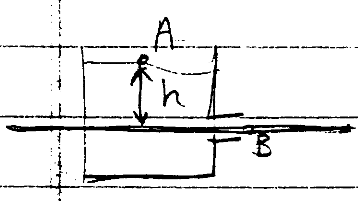
1) 10m   2) 5.1   3) 7.1   4) 3

$$\frac{P_A}{\rho} + \frac{g}{g_c} Z_A + \frac{V_A^2}{2g_c} = \cancel{\frac{P_B}{\rho}} + \cancel{\frac{g}{g_c} Z} + \frac{V_B^2}{2g_c}$$

$Z_A = 0$ اتمسفریک $P_B = P_A$

$$V_A^2/2 = gZ_B \Rightarrow Z_B = 100/(2\times 9.81) \longrightarrow \boxed{5.1m}$$

مثال: سرعت خروج سیال در اریفیس برابر است با



$P_A = P_B = 0$ اتمسفریک

$Z_B = 0 \quad v_A \times \frac{\pi}{4}(D^2) = v_B \times \frac{\pi}{4}(d)^2$

$v_A = v_B (d/D)^2$

d خیلی کوچک است $\boxed{v_A \simeq 0}$

برنولی: $0 + hg + 0 = 0 + 0 + v_B^2/2$

سرعت ایده‌آل $\boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$ $\boxed{V_{B\,\text{واقعی}} = C_v\sqrt{2gh}}$

$C_v < 1$ در اریفیس

$$Q_a = A_B \times \sqrt{2gh}$$

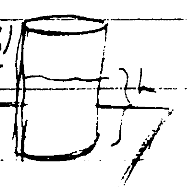
$\frac{A_{\text{واقعی}}}{A_b} = C_c$ ضریب انقباض در یک اریفیس

$Q_{\text{واقعی}} = C_c A_B C_v \sqrt{2gh}$

$Q_{\text{واقعی}} = C_c C_v Q_{ideal}$

$\boxed{C_d = C_c C_v}$ $Q_{\text{واقعی}} = C_d Q_{\text{ایده‌آل}}$ $C_d < 1$, $C_v < 1$, $C_c < 1$

سوال 103



$$0 - \rho A\sqrt{2gh} = \pi R^2 \frac{d(\rho \pi R^2 h)}{dt}$$

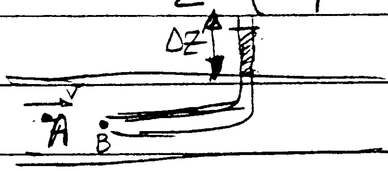
$$\frac{dh}{dt} = -\sqrt{2gh}$$

$$\int_h^0 \frac{dh}{\sqrt{2gh}} = -\int_0^t dt$$

$$-\frac{2}{\sqrt{2g}}\, h^{1/2}\Big]_L^0 = t \Rightarrow \boxed{t=\sqrt{\frac{2L}{g}}}$$

مثال: از یک پیتوت ساده برای اندازه‌گیری سرعت در یک نقطه استفاده می‌کنیم اگر میزان صعود مایع در داخل لوله پیتوت برابر 5cm باشد سرعت سیال برابر است با:

۱) 1.4 m/s ۲) 1.8 ۳) 1 ۴) 2



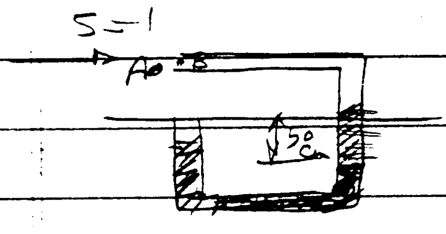
برنولی: $\frac{P_A}{\rho}+\frac{V_A^2}{2}+\cancel{gZ_A}=\frac{P_B}{\rho}+\cancel{gZ_B}+\cancel{\frac{V_B^2}{2}}$

$$V_A^2/2=\frac{(P_B-P_A)}{\rho}=\frac{\cancel{\rho} g\Delta Z}{\cancel{\rho}} \Rightarrow V_A=\sqrt{2g\Delta Z}$$

$$V_A=\sqrt{2\times10\times0.05}=1\ m/s$$

مثال: از یک پیتوت مطابق شکل برای اندازه‌گیری سرعت در داخل یک لوله استفاده می‌کنیم مقدار سرعت سیال در نقطه A برابر است با:

۱) 1 m/s ۲) 2 ۳) 1.8 ۴) $\boxed{1.4}$

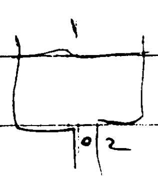


$V_B=0$, $Z_A=Z_B$

$$V_A=\sqrt{\frac{(P_B-P_A)\times 2}{\rho}}$$

$$V_A=\sqrt{\frac{2Rg(\rho'-\rho)}{\rho}} \qquad \boxed{V_A=\sqrt{2Rg\left(\frac{\rho'}{\rho}-1\right)}}$$ بسیار مهم

$$\sqrt{2\times0.05\times10\left[\frac{3}{1}-1\right]}=\sqrt{2}=\boxed{1.4\ m/s}$$



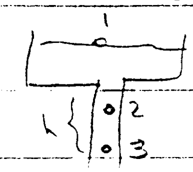
کدامیک از گزینه‌های زیر در مورد فشار نقاط ۱ و ۲ صحیح است.
سطح مایع در داخل مخزن توسط یک شیر همواره ثابت نگه داشته می‌شود

۱) $P_1>P_2$ و اختلاف بین دو نقطه با افزایش سطح مقطع تانک ثابت می‌ماند

۲) P_1 , P_2 اصلاً فشار بین دو نقطه با افزایش سطح مقطع افزایش

۳) $P_1>P_4$ کاهش

۴) $P_2>P_1$ و اختلاف ...



$$\frac{P_2}{\rho}+\cancel{\frac{V_2^2}{2}}+\cancel{gZ_2}=\cancel{gZ_3}+\cancel{\frac{V_3^2}{2}}+\frac{P_3}{\rho}$$

$$\frac{P_3-P_2}{\rho}=gh \rightarrow P_3-P_2=\rho g h$$

$P_1-P_2=\rho g h>0$ گزینه ۱ صحیح است.

مثال: در شکل دبی خروجی سیال
از دریچه دو بعدی نشان داده شده
در شکل اگر عرض دریچه را واحد فرض شود
برابر است با (1 3.16

$\boxed{3.31}$ (2   3.63 (3   3.53 (4

S = 0.8 1m
S = 1 1.2m

$\rho_1 h_1=\rho_2 h_2$

$1\times 0.8=1\times h_2 \rightarrow \boxed{h=0.8m}$

برای استفاده از اشکال داریم

S = 1 — 0.8m
S = 1 1.2m

$V=\sqrt{2gh}$

$Q=VA=\sqrt{45}\times(0.5\times1)=\boxed{3.32}\ m^3/sec$ 0.5

$V=\sqrt{20(2.25)}=\sqrt{45}=\boxed{6.64}$

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2}+Z_1g=\frac{P_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2}+Z_2g$$

$$\underbrace{\frac{P_1}{\rho}}_{\text{انرژی بر واحد جرم}}+\alpha_1\frac{\bar{V}_1^2}{2}+Z_1g+\eta W_p=\frac{P_2}{\rho}+\alpha_2\frac{\bar{V}_2^2}{2}+Z_2g+h_f$$

h_f: اصطکاک [illegible]

A

$E_K=\int_A \frac{1}{2}\rho v v^2 dA$

$E_{K_1}=\frac{1}{2}\rho\bar{V}A\times\bar{V}^2\times\alpha$

$\frac{1}{2}\rho A\bar{V}^3\times\alpha=\int\frac{1}{2}\rho v^3 dA \rightarrow \alpha=\frac{1}{A}\int\left(\frac{v}{\bar{V}}\right)^3 dA$

$\beta=\frac{1}{A}\int\left(\frac{v}{\bar{V}}\right)^2 dA$

ضریب تصحیح انرژی جنبشی برای جریان آرام در داخل لوله: $\alpha = 2$

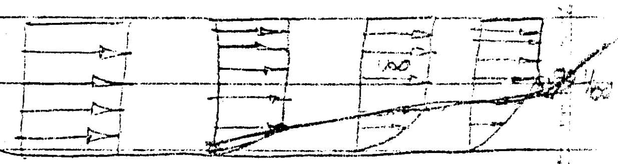
$\alpha = 1.06$ turbulent

لایه مرزی: فرض کنیم سیالی با سرعت کاملاً یکنواخت (U_∞) به یک صفحه ای نزدیک شود

در نقطه تماس سیال با صفحه به دلیل خاصیت ویسکوزی سرعت به صفر میرسد بنابراین در فاصله

کوچکی سرعت همچنان U است ولی در روی صفحه سرعت به صفر رسیده است.

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$



لایه مرزی قسمتی از سیال است که در آن نیروی برشی حائز اهمیت می باشد.

در لایه مرزی نیروی اینرسی خیلی ناچیزند چون سرعت بسیار کم است.

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu}$$

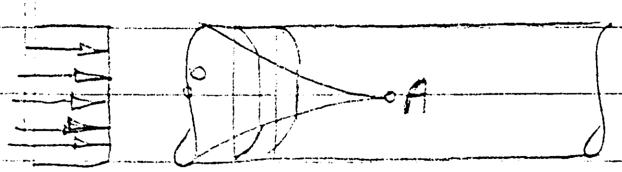
δ = ضخامت لایه مرزی

x = فاصله نقطه مورد نظر از ابتدای صفحه

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re}} \quad \text{laminar} \longrightarrow \delta \propto x^{1/2} \qquad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}}$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.37}{Re^{0.2}} \quad \text{turbulent} \longrightarrow \delta \propto x^{0.8}$$

در جریان درهم رشد لایه مرزی سریعتر صورت میگیرد.



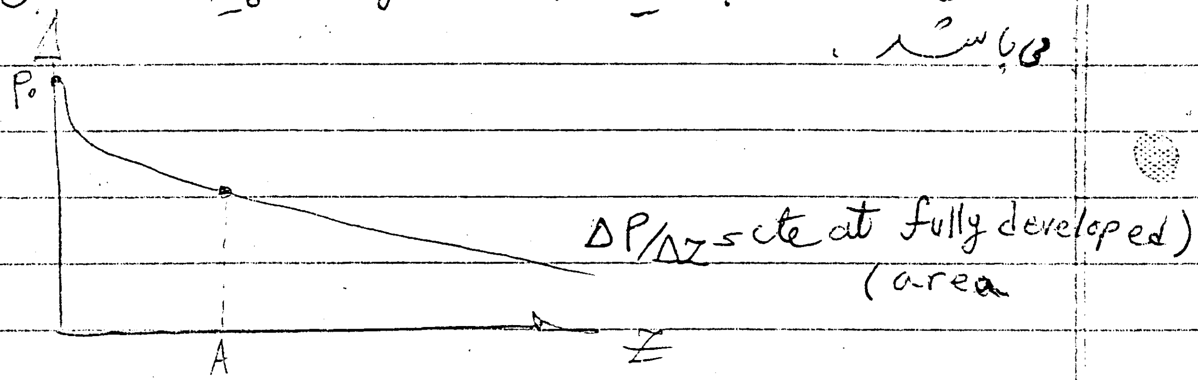
فاصله OA را ناحیه ورودی یک لوله میگویند.

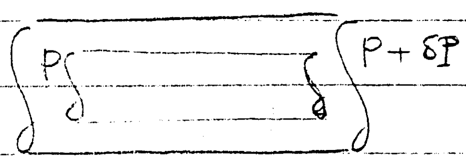
بعد از ناحیه A را ناحیه fully developed گویند.

قبل از A داریم: $V_Z = V(r,Z)$

در ناحیه fully developed داریم: $V_Z = V(r)$

طول ناحیه ورودی نسبت به ناحیه fully developed ناچیز است و قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد.





معادله برنولی: $\frac{P}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + Z_1 g = \frac{P+\Delta P}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + Z_2 g + h_f$

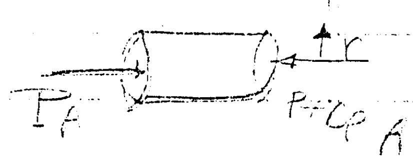
$$\boxed{h_f = -\Delta P/\rho} \qquad \boxed{h_f = -\Delta P/\gamma}$$

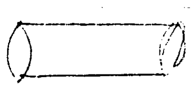
فرض معادله فوق fully develop بودن جریان است.

$$\sum f_x = m/g_c \,(V_{2x} - V_{1x})$$

فرض می‌کنیم جریان fully developed باشد.

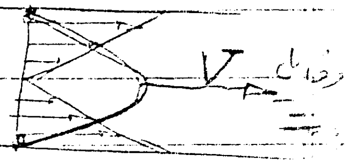
$$\sum F = 0 \longrightarrow P(\pi r^2) - (P+\Delta P)\pi r^2$$
$$-\tau(2\pi r)\Delta L = 0$$





$$\tau = -\frac{\Delta P}{\Delta L} \times \frac{r}{2} \qquad \boxed{\tau = -\frac{\Delta P}{\Delta L} \times D/4}$$

$\tau \propto r$; $\boxed{\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{r_2}{r_1}}$



$r=0 \rightarrow \tau=0 \rightarrow V=V_{max}$

$r=R \rightarrow \tau_w = -\frac{\Delta P}{\Delta L}\times\frac{R}{2} = -\frac{\Delta P}{\Delta L}\times\frac{D}{4}$

سرعت نسبت به تنش از مرتبه بالاتری است یعنی اگر تنش مرتبه ۱ باشد سرعت مرتبه 2 است.

پروفایل انرژی جنبشی تقریباً متناسب با پروفایل سرعت است.

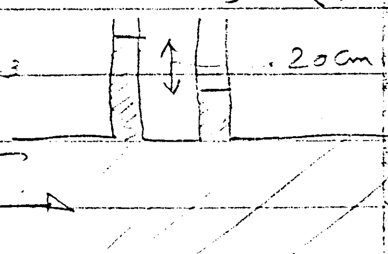
مثال: اگر افت فشار در طول 100ft سطحی از خط لوله ای به قطر "24 برابر 10psi باشد تنش در دیواره لوله برحسب $\frac{lbf}{ft^2}$ برابر خواهد بود با:

7.2 ✓   14.4   1.44   0.72

$$\tau = -\frac{10\,lbf/in^2 \times 144\,in^2/1\,ft^2}{100\,ft}\times\frac{(12/2)\,ft}{2}$$

مثال: مطابق شکل اختلاف ارتفاع سیال روی لوله ای که قطر آن 25mm می باشد برابر 20cm می باشد اگر فاصله ۲ لوله از هم 2m باشد تنش در دیواره لوله برحسب Pa برابر است با:

1) 12.5   2) 6.25 ✓   3) 18.75   4) 14



$$\tau_w = -\frac{\Delta P}{\Delta L}\times D/4 = \frac{10000\times 0.2}{2m}\times\frac{25\times10^{-3}}{4}$$

$$\boxed{\tau_w = 6.25\,Pa}$$

فرض: جریان آرام در داخل لوله برقرار است

$$\left\{\begin{array}{l}\tau = -\dfrac{\Delta P}{\Delta L}\times\dfrac{r}{2} \\ \tau = -\mu\,\partial u/\partial r\end{array}\right\} \Longrightarrow -\frac{\Delta P}{\Delta L}\times\frac{r}{2} = -\mu\frac{\partial u}{\partial r}$$

$$\int_0^u du = \int_R^r \frac{\Delta P}{\Delta L}\frac{1}{2\mu}\, r\,dr \longrightarrow u = \frac{1}{4\mu}\frac{\Delta P}{\Delta L}\times(r^2 - R^2)$$

$$\Rightarrow u = -\frac{\Delta P}{\Delta L}\times\frac{R^2}{4\mu}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

$$r = 0 \longrightarrow u = u_{max} = -\frac{\Delta P\times R^2}{\Delta L\times 4\mu}$$

$$\boxed{u = u_{max}\left[1-\left(r/R\right)^2\right]}$$

$$U_{max} = -\frac{\Delta P\, R^2}{4\mu L} \longrightarrow \bar{U} = -\frac{\Delta P\times R^2}{8\mu L}$$

$$-\Delta P = \frac{8\mu\bar{u}L}{R^2} \qquad \boxed{-\Delta P = \frac{32\mu\bar{U}L}{D^2}}$$ معادله هیگن پوازیل

معادله محاسبه افت فشار در جریان laminar

$$h_f = -\Delta P/\rho \qquad h_f = \frac{32\mu\bar{U}L}{\rho D^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l} h_f \propto \bar{u}^1 \\ \Delta P \propto U^1\end{array}\right.$$ laminar

$$-\Delta P = \frac{32\mu\frac{4Q}{\pi D^2}L}{g_c D^2}$$

$$\boxed{\Delta P = \frac{128\mu Q L}{\pi g_c D^4}}$$

$Q = cte$ و سیال عوض نشود : $\Delta P \propto \dfrac{1}{D^4}$

in laminar flow

در جریان آرام در لوله در یک دبی ثابت اگر قطر لوله را ۲ برابر کنیم افت فشار 1/16 خواهد شد.

$D = cte \quad , \quad \Delta P \propto Q^1$

ضریب اصطکاک friction factor = نسبت نیروی برشی در دیواره‌ی لوله

به نیروی اینرسی . $f = \dfrac{\tau_w}{\rho v^2/2g_c}$ (1)

$\tau_w = -\dfrac{\Delta P}{\Delta L} \times \dfrac{D}{4}$ (2) $\quad h_f = -\dfrac{\Delta P}{\rho}$ (3)

از ترکیب روابط 1 و 2 و 3 :

$\begin{cases} \boxed{h_f = 4f \dfrac{L}{D} \dfrac{v^2}{2g}} \longrightarrow [h_f] = m \\ h_f = 4f L/D \; v^2/2 \longrightarrow [h_f] = J/Kg \end{cases}$

$\begin{cases} h_f = 4f \, L/D \; v^2/2g & (ft) \\ h_f = 4f \, L/D \times v^2/2g_c & \dfrac{ft \times lbf}{lbm} \end{cases}$

fanning friction factor $\quad f_{darcy} = 4 f_{fanning}$

$\tau_w = f \rho v^2/2g_c \quad -\dfrac{\Delta P}{\Delta L} \dfrac{D}{4} = f \rho v^2/2g_c$

$\dfrac{32 \mu v}{g_c D^2} \times D/4 = f \rho v^2/2g_c$ $\quad \boxed{f_{fann} = \dfrac{16}{Re}}$ laminar flow

$\boxed{f_{darcy} = \dfrac{64}{Re}}$

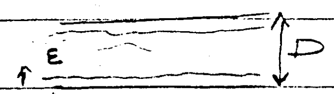
$\log f_{darcy}$ — $\log Re$
در یاگرام مودی

جریان Turbulent :

$\log f = \log 16 - \log Re$

$f = \frac{16}{Re}$; $f_{Darcy} = \frac{64}{Re}$

زبری ← زبری نسبی (بی بعد) : $\frac{\varepsilon}{D}$



(*) در جریان آرام ضریب اصطکاک مستقل از زبری و زبری نسبی است و تابع عدد رینولدز می باشد.

(*) در جریان درهم ضریب اصطکاک هم تابع رینولدز است هم تابع زبری نسبی است.

(*) اگر عدد رینولدز خیلی زیاد باشد اثر زبری به حدی زیاد است که ضریب اصطکاک فقط تابع زبری نسبی است و ارتباطی با رینولدز ندارد.

laminar : $f = f(Re)$

Turbulent : $f = f(Re, \varepsilon/D)$

خیلی درهم : $f = f(\varepsilon/D)$

جریان درهم در لوله صاف : $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(Re\sqrt{f}) - 0.8$

خیلی درهم : $\frac{1}{\sqrt{f}} = 4\log D/\varepsilon + 2.28$

رابطه بلازیوس جریان درهم در داخل لوله : $\boxed{f_{Fann} = \frac{0.0791}{Re^{0.25}}}$

$f = \frac{\tau_w}{\rho v^2/2g}$

این ترم خیلی زیاد است

$Re\uparrow \quad Re>> \longrightarrow \tau_w\downarrow \quad \frac{\rho v^2}{2g_c}\uparrow \longrightarrow f\downarrow$

$\longrightarrow h_f\uparrow$ اتلاف

$$h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \qquad \begin{cases} Q = cte, & h_f \propto 1/D^4 \\ D = cte, & h_f \propto Q^1 \end{cases}$$

$$h_f = 4 \times 0.0791 \frac{\mu^{0.25}}{\rho^{0.25} V^{0.25} D^{0.25}} \propto \frac{L}{D} \frac{V^2}{2}$$

$$h_f \propto D^{-1.25} u^{1.75}$$

$$h_f \propto D^{-1.25} \frac{Q^{1.75}}{(D^2)^{1.75}} \longrightarrow h_f \propto \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}}$$

$$\begin{cases} D = cte, & h_f \propto Q^{1.75} \\ Q = cte, & h_f \propto \frac{1}{D^{4.75}} \end{cases}$$

turbulent flow *

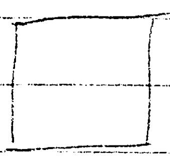
اثر افزایش قطر روی کاهش افت فشار (h_f) در جریان turbulent به مراتب بیشتر از جریان laminar می‌باشد.

$$h_f = 4f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$ جریان خیلی درهم

$$h_f \propto \frac{V^2}{D} \qquad h_f \propto \frac{(Q/D^2)^2}{D} \qquad h_f = \frac{Q^2}{D^5}$$

$$\begin{cases} D = cte \longrightarrow h_f \propto Q^2 \\ Q = cte \longrightarrow h_f \propto 1/D^5 \end{cases}$$

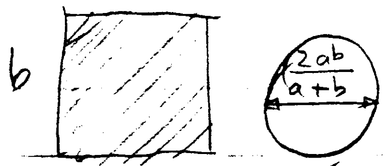
$$\frac{h_{f_2}}{h_{f_1}} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^n \qquad \begin{cases} n = 4 & \text{laminar} \\ n = 4.75 & \text{Turbulent} \\ n = 5 & \text{خیلی درهم} \end{cases}$$



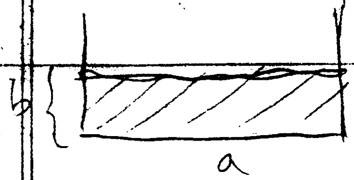
قطر هیدرولیکی:

$$r_H = \frac{\text{سطحی که جریان عبور می‌کند}}{\text{محیطی که خیس می‌شود}}$$

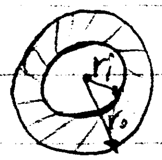
$D_H = 4r_H \qquad r_H = \frac{ab}{2(a+b)} \qquad D_H = \frac{2ab}{a+b}$



در تمام روابط برای کانالها به جای قطر، قطر هیدرولیکی قرار میدهیم.



کانال روباز $\qquad D_H = \frac{4ab}{2b+a}$



$$D_H = \frac{4(\pi r_o^2 - \pi r_i^2)}{2\pi r_o + 2\pi r_i}$$

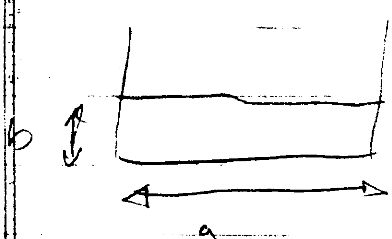
$$D_H = \frac{2[r_o - r_i]\cancel{[r_o + r_i]}}{\cancel{r_o + r_i}}$$

قطر هیدرولیکی سیالاتی $\quad \boxed{D_H = D_o - D_i}$

$$D_H = \frac{4\pi(r_o^2 - r_i^2)}{2\pi r_i} \rightarrow D = \frac{2\left[D_o^2/4 - D_i^2/4\right]}{D_i/2}$$

$$\boxed{D_H = \frac{D_o^2 - D_i^2}{D_i}}$$

* مراحل که برای کانالها معمولا استفاده قرار میگیرد را ابتدا تبدیل به قطر کرده و نسبی رابطه را به جای قطر، قطر هیدرولیکی میگذاریم.



$D_H = \frac{4ab}{2b+a} \qquad a \rightarrow \infty \quad \boxed{D_H = 4b}$

مثال: در یک کانال با ابعاد $3 \times 4\ ft$ و به طول $300\ ft$ افت فشار برابر $12\ ft$ می‌باشد. مقدار تنش برشی در دیواره کانال برحسب psi برابر است با:

1) 3.48 2) 0.014 3) 0.028 4) 1.4

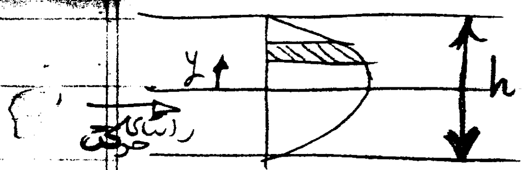
سیال آب است

$$4\,\frac{\boxed{}}{3} \qquad D = \frac{4\times3\times4}{14} = \boxed{3.48\ ft}$$

$$\tau_w = -\frac{\Delta P}{\Delta L}\times\frac{D}{4} = -\frac{62.4\ \frac{lbf}{ft^3}\times 12\ ft}{300\ ft}\times\frac{3.48\ ft}{4}\times\frac{1}{144}$$

$$= \boxed{0.0148\ psi}$$

جریان سیال نیوتنی بین صفحات موازی :



$$\sum F_x = \frac{m}{g_c}\left(v_{2x} - v_{1x}\right)$$

$$P\cdot\Delta y\times w|_x \qquad \Delta x \qquad P\cdot\Delta y\,w|_{x+\Delta x}$$

سرعت در این المان بیشتر است از سرعت بالای المان پس می شد گفت تنش در پائین

در راستای حرکت بوده توانسته است سرعت را افزایش دهد و در بالای المان در

جهت خلاف حرکت بوده سرعت را کاهش می دهد.

$$P\Delta y w|_x - P\Delta y w|_{x+\Delta x} + \tau\underbrace{\Delta x\, w}_{A}|_y - \tau A|_{y+\Delta y} = 0 \qquad \boxed{A = \Delta x\, w}$$

$$\frac{P|_x - P|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\tau|_y - \tau|_{y+\Delta y}}{\Delta y} = 0$$

$$\begin{matrix}\Delta x \to 0\\ \Delta y \to 0\end{matrix} \longrightarrow -\partial P/\partial x - \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \longrightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0}$$

در سیستم های کارتزین ارتباط بین تنش و افت فشار

در سیستم استوانه ای : $\tau = -\frac{\Delta P}{L}\times r/2$ $\qquad \boxed{\frac{2\tau}{r} + \frac{\Delta P}{\Delta x} = 0}$

سیال نیوتنی
جریان آرام : $\tau = -\mu\frac{dv}{dy}$ $\qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(-\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\Delta P}{\Delta x}$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu}\Delta P/\Delta x$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta P}{\Delta x}y + C_1$$

$$u = \frac{1}{2\mu}\frac{\Delta P}{\Delta x}y^2 + C_1 y + C_2$$

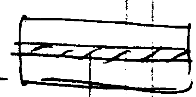
$$\left\{\begin{array}{l} \partial u/\partial y|_{y=0} = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \\ u(y=\frac{h}{2}) = 0 \\ C_2 = -\frac{1}{2\mu}\frac{\Delta P}{\Delta x}\left(\frac{h}{2}\right)^2 \end{array}\right.$$

$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{\Delta P}{\Delta x}(h/2)^4\left[1-\left(\frac{y}{(h/2)}\right)^2\right]$$

$$y=0 \Rightarrow \boxed{u_{max} = -\frac{1}{8\mu}\frac{\Delta P}{\Delta x}h^2} \bigstar$$

$$\boxed{u = u_{max}\left[1-\left(\frac{y}{h/2}\right)^2\right]}$$ ـ پروفایل سرعت سهموی

$$\bar V = \frac{1}{A}\int V\,dA \qquad \bar V = \frac{1}{\omega\times(h/2)}\int_0^{h/2} u_{max}\left[1-\left(\frac{y}{h/2}\right)^2\right]\omega\,dy$$



$dA = \omega\,dy$

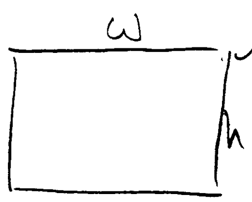
المان سطح

$$\boxed{\bar V = \frac{2}{3}u_{max}} \bigstar$$

محاسبه ضریب اصطکاک:

$$f = \frac{\tau_w}{\rho u^2/2g_c} = -\frac{\mu/g_c\,\partial u/\partial y|_{y=h/2}}{\rho\bar u^2/2g_c}$$

$$\Rightarrow f = \frac{+\mu\left[\frac{4\times 3/2\,\bar u\times h}{h^2}\right]}{\rho\bar u^2/2} \Rightarrow f_{fan} = \frac{12}{Re} \quad : Re = \frac{\rho u h}{\mu} = \frac{\rho u D_h}{\mu} = \frac{2\rho u h}{\mu}$$



$$\boxed{f_{darcy} = \frac{48}{Re}}$$

$$D_H = \frac{4\times\omega h}{2h+2\omega} = 2h \qquad \omega \gg h$$

$$f = 24/Re \rightarrow D_H$$ مقدار قطر

$$Re = 2\rho u h/\mu$$

$$f_{darcy} = \frac{96}{Re} \rightarrow Re = 2\rho u h/\mu$$

محاسبه آتلافهای موضعی:

Loss coefficient

۱) استفاده از ضریب آتلاف:

۲) استفاده از طول معادل:

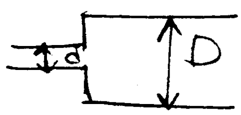
۱)

$$h_f = 4f\frac{l}{D}\frac{V^2}{2} \qquad \boxed{h_f = k\frac{V^2}{2}}$$

$$h_f = k\frac{V^2}{2g}$$

تابع رینولدز نیست و عددی ثابت است

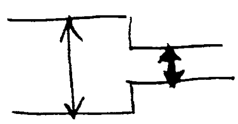
۱) انبساط ناگهانی:



$$k = \left(1 - \frac{a}{A}\right)^2$$

$$\boxed{k = \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^2}$$

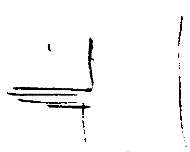
۲) انقباض ناگهانی:



$$k = 0.5\left[1 - \frac{a}{A}\right]$$

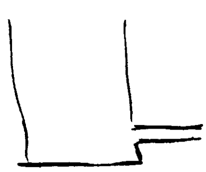
$$\boxed{k = 0.5\left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]}$$

حالات خاص: ورودی به یک مخزن:



$$\frac{d}{D} \ll 1 \qquad \boxed{k = 1}$$

خروجی از مخزن:



$$\frac{d}{D} \ll 1$$

$$k = 0.5$$

۹/۲۵ مکانیک سیالات

تمامی K منظور شده در جداول و در فرمولها V (سرعت) بر مبنای سطح مقطع کوچکتر است.

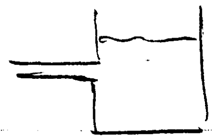
انبساط ناگهانی د $h_f = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$

روش دوم :

$$\boxed{h_f = 4f\frac{L_e}{D}\frac{V^2}{2g}}$$

$$\boxed{L_e = \frac{kD}{4f}} \qquad \boxed{L_e = \frac{kD}{f_{darcy}}}$$

سوال ۱۰۰) $Q = 0.1\pi\ m^3/sec$



$$0.1\pi = Q = VA = V\times\frac{\pi}{4}(0.2)^2$$

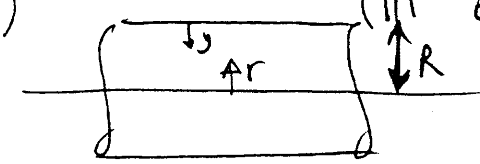
$$\Rightarrow \boxed{V = 10\ m/s}$$

$k = 1$ ورودی مخزن : $h_f = kV^2/2 = 1\times\frac{100}{2} = \boxed{50\ J/kg}$

$$h_f(J/kg)\times\dot m(kg/sec) = 50\times1000\times0.1\pi$$

$$= \boxed{5000\pi}\ \text{watt}$$

سوال ۱۱۳)



$$\frac{u}{u_{max}} = (y/R)^{1/7} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

$$\tau_w = -\eta\frac{\partial u}{\partial y} = -\eta\times u_{max}\times\frac{1}{R^{1/7}}\times\frac{1}{7}y^{-6/7}$$

$$\tau_w = -\frac{\eta u_{max}}{7R^{1/7}y^{6/7}} = \infty$$

$y = 0$ تنش برشی در دیواره

→ یعنی تنش برشی در دیواره بی‌نهایت است (که غلط است!)

$$u = ch^2/12\mu \qquad \tau_w = ch/2$$ (115)

$$f = \frac{\tau_w}{\rho \bar{u}^2/2} = \frac{2\tau_w}{\rho \bar{u}\bar{u}} = \frac{ch}{\rho \bar{u}\, ch^2/12\mu} = \frac{12\mu}{\rho \bar{u} h} = \boxed{\frac{12}{Re}}$$

funning

$$\boxed{Darcy = \frac{48}{Re}}$$

$\mu = 0.5$, $\rho = 0.8$, $Q = 0.6\ l/min$, $D = 2mm$: (122)

$Q = uA \rightarrow u = Q/A = 4Q/\pi D^2 \qquad f = ?\ /\ e = 0.01\ mm$

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{\rho \times \frac{4Q}{\pi D}}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\pi D \mu}$$

$$Re = \frac{4 \times 0.8 \times 600/60}{\pi \times 0.2 \times 5} = \frac{32}{\pi} \longrightarrow f = \frac{16}{Re} \qquad \boxed{f = \frac{\pi}{2}}$$

$\Delta P = 16\mu L$ (124

$$\tau = \frac{\Delta P}{2L} \times r \qquad \tau = \frac{16\mu L}{2L} \times r = 8\mu r$$

$$-\cancel{\mu}\frac{\partial u}{\partial r} = 8\cancel{\mu} r \qquad \int_0^u du = -\int_{D/2}^r 8r\,dr$$

$$u = -4r^2\Big|_{D/2}^{r} = -4r^2 + D^2 = \boxed{D^2 - 4r^2}$$

$$V = \underbrace{V_{max}}_{2\bar{V}}\left[1 - (r/R)^2\right]$$ (127: تست

$$V = 2\bar{V}\left[1 - (r/R)^2\right] \longrightarrow (r/R)^2 = \frac{1}{2} \longrightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$$

$$\boxed{r = 0.707}$$

$15\ Cm$, $f = 0.06$ (۱۴۴ تست

$$k = 10 + 2(0.9) + 0.2$$

$$\boxed{\sum K = 12}$$

مکانیک سیالات

33، ۹/۲۵

$$\sum K \times \frac{V^2}{2} = 4f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2} \qquad L_e = \frac{D \times \sum K}{4f}$$

$$L_e = \frac{12\times 0.5}{4\times 0.06} = \boxed{25} \qquad L_e = \frac{12\times 0.15}{0.06} = \boxed{30}$$

[illegible]

(157 $\quad Q = 15\ m^3/min \quad u_1 = 50\ m/s \quad u_2 = 20\ m/s$

$$h_f = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} = \boxed{45m}$$

$$\Delta P = \gamma h = 10000 \times 45 = \boxed{450kPa}$$

(158 ۲ برابر

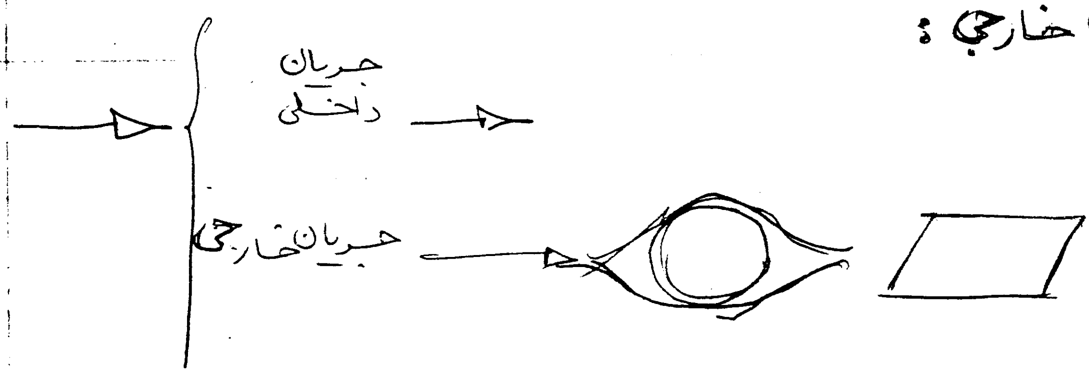
(155 $\quad Re = 20000$ / $Re = 2000$ آرام $\quad f = \frac{16}{2000} = 0.008$

در جریان آرام [illegible]

$$f < 0.008$$

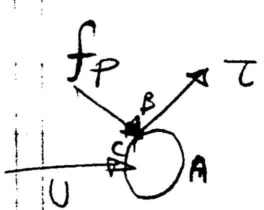
در حالت تلاطم از آرام به تلاطم ضریب اصطکاک کاهش پیدا می‌کند.

جریان خارجی :



فرض می‌کنیم سیالی با سرعت U به کره ای نزدیک می‌شود در سطح تماس سیال با کره

دو نیرو که یکی نیروی ناشی از فشار و نیروی برشی وجود دارد



$$\sum F_x = \underbrace{\int P \times dA \cos\theta}_{F_P} + \underbrace{\int \tau \times dA \times \sin\theta}_{F_\tau}$$

نیاز به توزیع فشار و توزیع تنش داریم

V_A حداقل مقدار و P_A حداکثر

V_B حداکثر مقدار و P_B حداقل

$V_A < V_C < V_B$ ماکزیمم

① سیال تراکم ناپذیر ② st-st ③ جریان خزشی Creeping Flow

برای سه حالت توزیع فشار و تنش را داریم. با این ۳ شرط معادله نویر استوکس

$$\begin{cases} F_p = 2\pi\mu RU \\ F_\tau = 4\pi\mu RU \end{cases} \qquad F_p + F_\tau = F_D$$

نیروی Drag

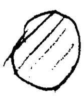
$$\boxed{\begin{aligned} F_D &= 6\pi\mu RU \\ F_D &= 3\pi\mu DU \end{aligned}}$$

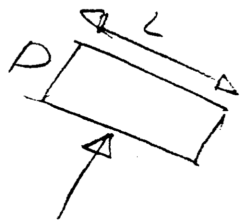
$$C_D = \frac{F_D/A_p}{\rho u^2/2g_c}$$

ضریب دراگ

ش ۲: با ضریب دراگ

$$\boxed{F_D = C_D A_p \rho u^2/2g_c}$$

$A_p = \pi R^2$ 



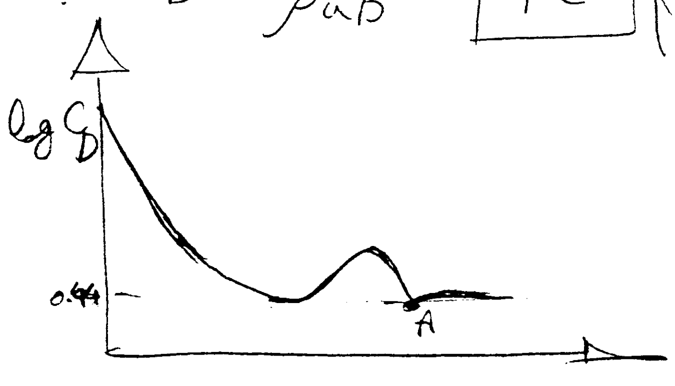
$A_p = LD$

$A_p = a \times b$

$$C_D = \frac{F_D/A_p}{\rho u^2/2} = \frac{\dfrac{3\pi\mu Du}{\pi D^2/4}}{\rho u^2/4}$$

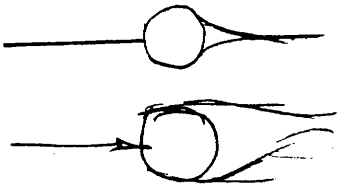
برای کره $C_D = \dfrac{24\mu}{\rho u D} = \boxed{\dfrac{24}{Re}}$

سیال تراکم ناپذیر
جریان خزشی
st.st
کره



هر چه قدر Re افزایش یابد C_D کاهش می‌یابد ولی F_D افزایش می‌یابد

مکانیک سیالات ۹،۲۵

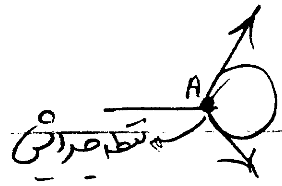


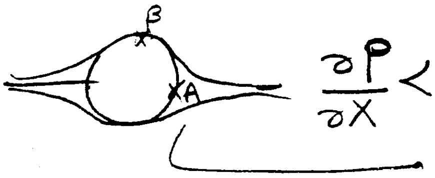
$* Re \uparrow \rightarrow C_D \downarrow \rightarrow \uparrow$

با افزایش سرعت گردابه یا wake افزایش می یابد.

$* Re \uparrow \Rightarrow$ wake $\uparrow \rightarrow F_D \uparrow$

جریان گردابه ای

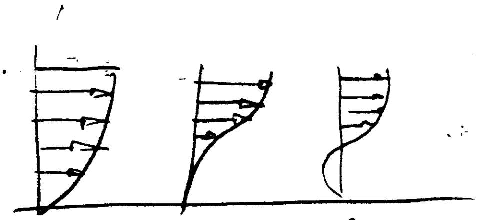




$\dfrac{\partial P}{\partial X} < 0$ همیشه

ولی

در این حالت جریان $P_2 > P_1$



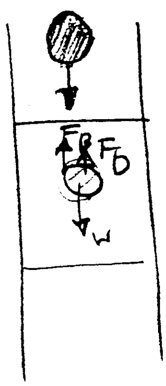
* جدایش زمانی اتفاق می افتد که $\dfrac{\partial P}{\partial x} > 0$ و یا $\left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0$

سطوح اکتادلد به جدایش لایه مرزی کمک می کنند.

احتمال جدایش در آن بیشتر است.

اگر سطح یکی صاف و دیگری زبر، احتمال جدایش در سطح صاف بیشتر از سطح زبر است.

جدایش لایه مرزی در جریان آرام زودتر از جدایش در جریان درهم اتفاق می افتد.



سرعت حد سقوط ذره در داخل سیال:

$\sum F = 0$. در حالتی که سرعت ثابت است

نیروی وزن، درگ و بویانسی به تعادل می رسند.

$$W = F_B + F_D$$

$$\sum F = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_s \times g = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho \times g + 6\pi\mu R U$$

$$\boxed{U_t = \frac{2R^2 g(\rho_s - \rho)}{\mu} = \frac{D^2(\gamma_s - \gamma)}{18\mu}} \qquad \boxed{U_t \propto D^2}$$

هر چه قدر ویسکوزیته بیشتر شود جزء دوم جریان خزشی نزدیک‌تر می‌شود درگ

معادله بیشتر می‌شود.

$$m\frac{a_e}{\cancel{g_c}} = \frac{m}{\rho_p}\times\rho\times\frac{a_e}{\cancel{g_c}} + C_D A_p \rho u^2/2\cancel{g_c}$$

$$m a_e(1-\rho/\rho_p) = C_D A_p \rho u^2/2$$

$$\Longrightarrow \boxed{u_t = \sqrt{\frac{2m a_e(\rho_p-\rho)}{C_D A_p \rho \rho_p}}}$$

میدان سانتریفوژ: $u = \sqrt{\frac{2mr\omega^2(\rho_p-\rho)}{C_D A_p \rho \rho_p}}$ $\qquad \boxed{u_t = \sqrt{r}}$

سطح تصویر

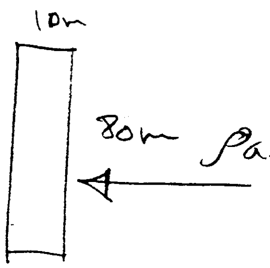
176)

$$F_D = C_D \times A_p \times \rho u^2/2g_c$$

$$1 = C_D \times \pi(1)^2 \times 62.4\, V^2/2\times 32.2$$

$$C_D = \frac{64.4}{\pi V^2 \times 62.2} \approx \boxed{\frac{1}{\pi V^2}}$$

177)



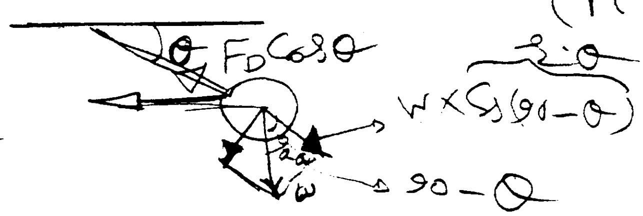
$\rho_{air} = 1.226\ \frac{kg}{m^3}$

$$F_D = C_D \times A_p \rho u^2/2g_c$$

$$F_D = 0.34\times(80\times 10)\times 1.226\frac{(33.3)^2}{2}$$

$$\boxed{F_D = 184891.88}$$

178)



$$F_D\cos\theta = W\sin\theta$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3\times\rho_s\times g\times\sin\theta = 6\pi\mu R U\cos\theta = C_D\times\pi R^2\times\frac{\rho u^2}{2}$$

$$tg\,\theta = C_D \pi R^2 \rho_a u^2/2 \,/\, \tfrac{4}{3}\pi R^3 \rho_s g$$

354 ۹,۲۵ مکانیک سیالات

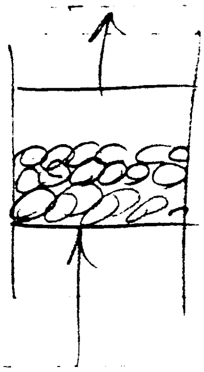
(گزینه ۱)

$$\boxed{tg\,\theta = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_a}{\rho_s} \, u^2/2g}$$

1 ۸۳/۱۰/۲ مکانیک سیالات

بستر جریان

بسترهایی که برای خشک کردن استفاده می‌شود fludized bed



$$\begin{cases} -\Delta p = \dfrac{32\mu u L}{g_c D^2} \\ \tau_w = \dfrac{-\Delta p}{L} D/4 \end{cases} \quad \tau_w = \dfrac{\frac{32\mu u L}{g_c D^2}}{L} \times \frac{D}{4}$$

$$\tau_w = \frac{8\mu u}{g_c D}$$

$$\boxed{\tau_w = \frac{4\mu V}{g_c R}}$$

$$h_f = \frac{-\Delta p}{\rho} = 4f\frac{L}{D}\,V^2/2 \qquad \text{جریان در لوله}$$

$$\Delta p = 4f\rho\frac{L}{D}\,V^2/2$$

در بسترها نیرو داریم

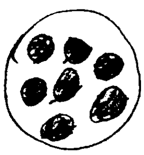
$$\underbrace{F_D}_{\text{نیروی کل}} = \underbrace{F_i}_{\text{نیروی اینرسی}} + \underbrace{F_V}_{\text{نیروی ویسکوز}}$$

نیرو

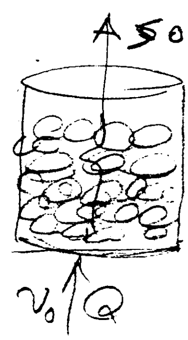
K_2, K_1 : اعداد ثابت

$$\frac{F_D}{\underbrace{A_s}_{\text{سطح ذرات}}} = \frac{F_i}{A_s} + \frac{F_V}{A_s} \; / \; \frac{F_D}{A_s} = \frac{K_2 \rho V^2}{g_c r_H} + \frac{K_1 \mu V}{g_c r_H}$$

① تخلخل $= \varepsilon = \dfrac{\text{حجم فضای خالی}}{\text{حجم کل}}$



② $Q_{\text{بیرون بستر}} = Q_{\text{داخل بستر}}$



$$S_0 \times V_0 = V(S_0\,\varepsilon)$$

$$\Longrightarrow \boxed{V = \frac{V_0}{\varepsilon}}$$

* سرعت در داخل بستر بیشتر از سرعت در بیرون بستر است.

③ $r_H = \dfrac{\text{مساحتی که جریان عبور می‌کند}}{\text{محیطی که خیس می‌شود}} \times \dfrac{L^{\text{طول بستر}}}{L} = \dfrac{S_0 \varepsilon L}{N_p \times S_p}$

④ $N_p = \frac{\overbrace{S_0 L(1-\varepsilon)}^{\text{حجم کل ذرات}}}{V_p}$ حجم کل ذرات از توده ذرات

است تعداد کل ذرات

حجم ذرات

$$\Rightarrow r_H = \frac{S_0 \varepsilon L}{S_0 L(1-\varepsilon)} \Rightarrow \boxed{r_H = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\,\frac{V_p}{S_p}}$$

از ادغام در رابطه اخیر

سطح یک ذره

⑤ $\frac{V_p}{S_p} = \frac{D_p}{6}$

⑥ $\Phi_s = \frac{(S_p/V_p)_{\text{کروی}}}{(S_p/V_p)_{\text{غیرکروی}}}$

⑦ $F_D = (-\Delta P) S_0 \varepsilon \qquad \cancel{-\frac{\Delta P \times g_c}{\rho V_0^2}}$

نیروی مقاوم

f_p ضریب اصطکاک Bed در بستر

$$\frac{-\Delta P \times g_c}{\rho V_0^2} \times \frac{\Phi_s D_p}{L} \times \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = \frac{36k_1(1-\varepsilon)}{\Phi_s Re} + 6k_2$$

$36k_1 \rightarrow 150 \qquad 6k_2 \rightarrow 1.75$

$$f = \frac{\tau_w}{\rho v^2 / 2g_c} = -\frac{\Delta P}{L} \times D/4 \times \frac{2g_c}{\rho v^2}$$

$$f = -\frac{\Delta P\, g_c}{2\rho v^2}\,\frac{D}{L}$$

$$f_p = \frac{150(1-\varepsilon)}{\Phi_s Re} + 1.75$$

laminar : $f_p = \frac{150(1-\varepsilon)}{\Phi_s \times Re}$ * بسیار مهم

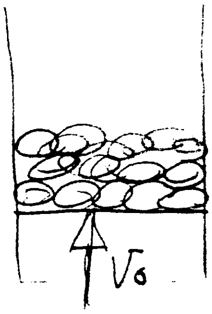
Turbulent : $f_p = 1.75$ *

در بستر:
- در جریان درهم : $(-\Delta P) \propto V_0^2$ *
- در جریان آرام : $(-\Delta P) \propto V_0$ *

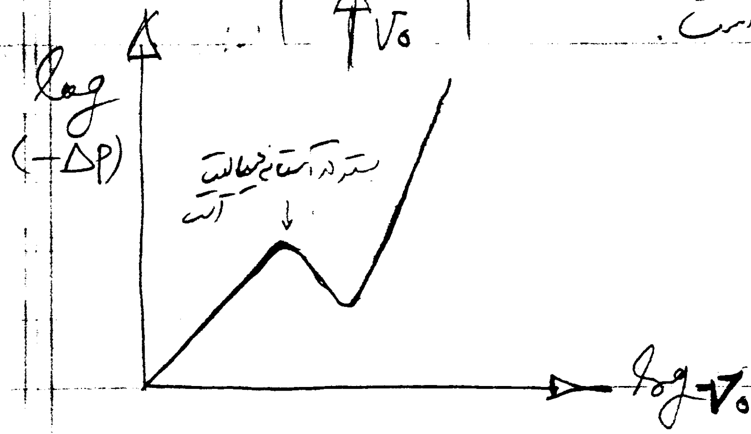
جریان در داخل بستر از روابط KOZeny_karman پیروی می کند.

$\log(-\Delta P) \propto 2\log v_0$ درهم

$\log(-\Delta P) \propto \log v_0$ آرام

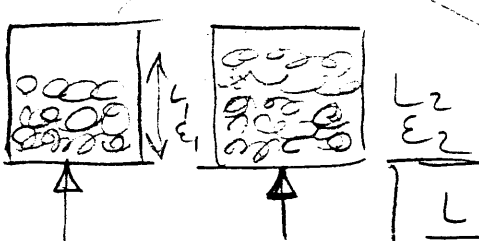


در حالتی که v_0 کم باشد وزن ذرات بر نیروی بویانسی و درگ غلبه می‌کند و بستر ساکن است.



* بسیار مهم افت فشار در آستانه سیالیت در داخل بستر : $\underbrace{-\Delta P}_{\text{}} / \underbrace{L}_{\text{طول بستر}} = g/g_c \underbrace{(\rho_s - \rho)}_{\text{دانسیته ذرات داخل بستر}} \underbrace{(1-\varepsilon)}_{\text{تخلخل}}$ (I)

*



$S_0 L_1(1-\varepsilon_1) = S_0 L_2(1-\varepsilon_2)$

$$\boxed{\frac{L_1}{L_2} = \frac{1-\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1}}$$ * بسیار مهم

اگر یک بستر در حالت fluidization باشد و سرعت سیال را افزایش دهیم طول بستر و تخلخل بستر هر دو افزایش می‌یابند لذا از رابطه I می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش سرعت افت فشار به ازاء واحد طول بستر کاهش پیدا می‌کند $(-\Delta P/L)$ اما افت فشار کل بستر ثابت می‌ماند...

$$\frac{\left(-\frac{\Delta P}{L}\right)_2}{\left(-\frac{\Delta P}{L}\right)_1} = \frac{1-\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1} \qquad \frac{(-\Delta P)_2}{(-\Delta P)_1} = \left(\frac{1-\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1}\right) \times \frac{L_2}{L_1} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{(-\Delta P)_2 = (-\Delta P)_1}$$

قطر متوسط $D_{pm} = \dfrac{1}{\sum \frac{x_i}{D_{pi}}}$ ← جزء وزنی ذرات

آنالیز ابعادی :

۴ سرعت خروج سیال از فی زن زیر زمینی با در نظر کردن از کشش سطحی و نیروهای

ویسکوز با رابطه $V = k\Delta P^a \rho^b$ داده می‌شود ΔP اختلاف فشار و ρ

دانسیته سیال است. کدام سرعت خروج سیال از قطره را نشان می‌دهد؟

1) $k\frac{\Delta P}{\rho}$ 2) $k\sqrt{\Delta P \rho}$ 3) ✓ $k\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}$ 4) $k\Delta P \times \rho$

آنالیز ابعادی : 1) روش Rayleigh ریلی

2) روش π – Buckingham

روش ریلی :

$V = LT^{-1}$ $\Delta P = ML^{-1}T^{-2}$

$\rho = ML^{-3}$

$$LT^{-1} = (ML^{-1}T^{-2})^a (ML^{-3})^b$$

$$LT^{-1} = M^{a+b} L^{-a-3b} \times T^{-2a}$$

$$\begin{cases} -a-3b = 1 \\ -2a = -1 \\ a+b = 0 \end{cases} \qquad a = 1/2 \;/\; b = -1/2 \qquad \boxed{V = k\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}}$$

* اگر تعداد مجهولات از تعداد معادلات بیشتر بود به تعداد معادلات فقط می‌توان مجهولات را بدست آورد و بنابراین سایر مجهولات را معلوم برحسب معادلات حساب می‌کنیم.

روش دوم: ابعاد اساسی سیستم: MLT

در بعضی حالات F نیز به عنوان بعد اساسی در نظر گرفته می‌شود.

(باکینگهام) $f(V_1, V_2, V_3, V_4, \dots V_n)$

قضیه ۱: اگر n تا پارامتر داشته باشیم تعداد گروه‌های بی‌بعد برابر خواهد بود با

$\Pi = n - k$

n تعداد کمیت‌ها

k تعداد ابعاد اساسی (۳ یا ۴)

مثال: دبی سیال گذرنده از یک سرریز به ارتفاع سرریز (h) شتاب جاذبه (g)

سرعت نزدیک شدن سیال V و زاویه سرریز ϕ بستگی دارد چند گروه بی‌بعد می‌توان از آن‌ها بدست آورد

۵ کمیت داریم

۱ ۲ ۳ ۴

$Q = f(V, h, g, \phi)$ $\quad \pi_1 = \phi$

$L^3T^{-1} = f(LT^{-1}, L, LT^{-2}, 0)$ $\quad \underbrace{4 - 2}_{\text{تعداد ابعاد}} = 2$

$f(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6) = 0$

$\cancel{7} - \underbrace{3}_{MLT} = \cancel{4}$

$\pi_1 = (V_1 V_2 V_3)\, V_4^{a}$

$\pi_2 = (V_1 V_2 V_3)\, V_5^{b}$

$\pi_3 = (V_1 V_2 V_3)\, V_6^{c}$

$\pi_4 = (V_1 V_2 V_3)\, V_7^{d}$

با حل چند معادله چند مجهول a و b و c و d بدست می آید.

در هر گروه بی بعد
کمیتهای تکراری ۷ کمیتهای هستند که بوسیله آنها بتوانیم گروه بی بعد را بدست آوریم.

بهتر است که یکی از کمیتهای تکراری یک کمیت هندسی سیستم مانند قطر و ... کمیات

کمیت دوم بهتر است از خواص سیال باشد مانند دانسیته و ویسکوزیته و ...

سومی بهتر است یکی از خواص حرکتی سیال را انتخاب کنیم.

(1) ΔP　(5) g
(2) V　(6) σ کشش سطحی　$8-3=5 \longrightarrow$ 5 گروه بی بعد
(3) ρ　(7) μ
(4) L, D　(8) C سرعت صوت

(1) $Re = \frac{\rho u D}{\mu} = \frac{\rho u^2}{\mu \frac{u}{D}} = \frac{\rho u^2}{\mu \frac{u}{D}}$

(2) $Mach = \frac{V}{C}$　(3) $Fr = V^2/Lg$ جاذبه

(4) $Eu = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$ فشاری / اینرسی　(5) $Wb = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$ وبر

تشابه: ۱) تشابه هندسی　$L/L' = H/H' = D/D'$
۲) تشابه دینامیکی

مقدار V^2 در اشکل صنعتی با V^2 در نقطه متناظر در اشکل آزمایشگاهی برابر باشد.

مثال: سرعت سیال در داخل لوله ای به قطر 4in برابر 5m/s و افت فشار برابر 16psi سرعت و افت فشار در داخل لوله ای به قطر 18in برابر است؟

شرایط تشابه دینامیکی: $Re_{مدل} = Re_{اصل صنعتی}$　در مدل

چون در اینجا افت فشار بحث شده Eu را باید برابر قرار داد
اگر [illegible] سیال از ارتفاع پایین بریزد عدد فرود

Wb [illegible]

عدد ماخ را بیشتر برای اسیالات تراکم پذیر و به عنوان مثال و کت هواپیما در هوا در نظر گرفته

$$Re_1 = Re_2 \longrightarrow \frac{\rho_1 u_1 D_1}{\mu_1} = \frac{\rho_2 u_2 D_2}{\mu_2}$$

$$5 \times 4 = v_2 \times 18 \Longrightarrow \boxed{v_2 = 1.11}$$

افت فشار $= Eu_1 = Eu_2$

$$\frac{\Delta P_1}{\rho_1 V_1^2} = \frac{\Delta P_2}{\rho V_2^2} \Longrightarrow \frac{10}{5^2} = \frac{\Delta P_2}{(1.11)^2}$$

$$\boxed{\Delta P_2 = 0.5\,psi}$$

4۰ 4mi

(2)(214

$$\dot m_{air} = \rho u A$$

$$0.142 = 0.256 \times u \times \pi/4 \left(\frac{1}{12}\right)^2$$

$$\Longrightarrow \boxed{u_{air} = 101.3\ ft/sec}$$

$$\frac{u_{air} \times D}{\nu_{air}} = \frac{u_{water} D_{water}}{\nu_{water}} \Longrightarrow \frac{101.3 \times 1''}{4.825 \times 10^{-5}} = \frac{V_{water} \times 4''}{1.21 \times 10^{-5}}$$

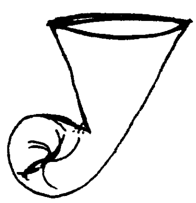
$$\boxed{u = 6.37} \ldots$$

(2)(215

پمپ ها : تجهیزاتی که برای انتقال مایعات بکار می روند در حالت کلی به دو دسته کلی سانتریفوژ و جابجایی مثبت تقسیم می شوند .

1) centrifugal

2) positive displacement pump (PDP)



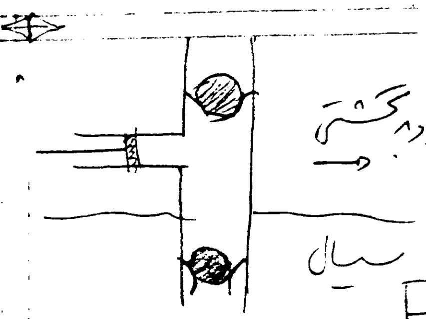
سانتریفوژ :

در اثر سرعت خیلی بالای پره سرعت به انرژی فشاری تبدیل می شود

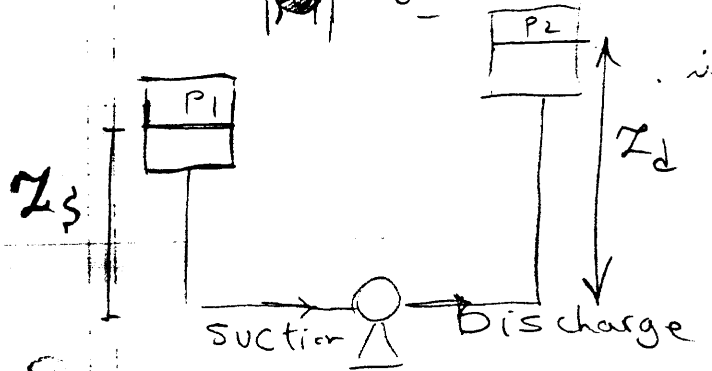
و وقتی که وارد مجرای دوار می شود به پیرولوی شکل گردد

(در اثر سرعت بالا و سرعت پایین بر اساس برنولی)

پمپهای جابجایی مثبت = پمپهایی هستند که در آنها سیال بین یک یا دو قطعه متحرک گیر افتاده و افزایش فشار پیدا می کند



پمپهای جابجایی مثبت دبی ثابتی به ما میدهند.



ارتفاع سیستم در دو قسمت :

$$\underbrace{H_s}_{\text{هد سیستم در مکش ما}} = \frac{P_1}{\rho g} + Z_s + \underbrace{h_{fs}}_{\text{اصطکاک}}$$

$$\underbrace{H_d}_{\text{در قسمت تخلیه}} = \frac{P_2}{\rho g} + Z_d + h_{fd}$$

ارتفاع بین H_s و H_d را هد کلی سیستم می گوییم.

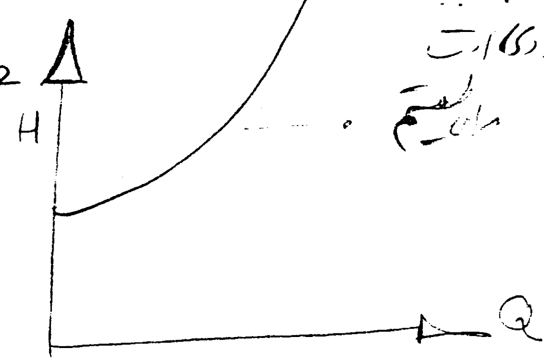
$$H = H_d - H_s = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + (Z_d - Z_s) + (\underbrace{h_{fd}}_{4f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}} + \underbrace{h_{fs}}_{4f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}})$$

قطر ورودی و خروجی پمپ برابر است. (فرض)

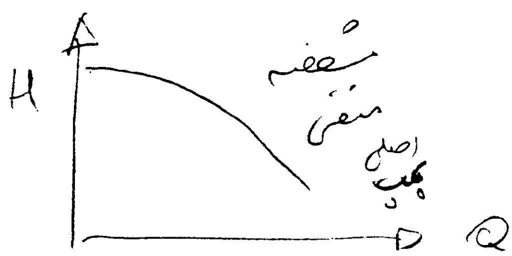
در یک پمپ قطر خروجی کمتر از قطر ورودی است

$$H = \underbrace{A}_{\text{ثوابت}} + BQ^2$$

منحنی سیستم



پمپهای سانتریفیوژ



اگر به هر دلیلی فشار در ورودی پمپ از فشار بخار سیال در دمای پمپاژ کمتر شود

قسمتی از مایع بخار شده و به شکل حباب خارج می‌شوند

$$P+\rho g z-h_f<P_{vp}$$

NPSH ← برحسب متر

Net positive suction head (available)

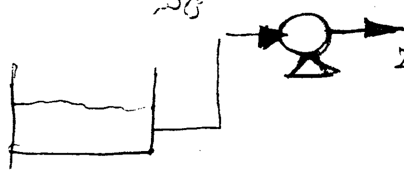
$h_f \uparrow \rightarrow P \downarrow$

$$\frac{P}{\rho g}+z-h_f-\frac{P_{vp}}{\rho g}>0$$

$$\boxed{NPSH(A)=\left(\frac{P-P_v}{\rho g}\right)+z-h_f}$$

NPSHR ← سازنده پمپ مشخص می‌کند

$\boxed{NPSHA > NPSHR}$ در سیستم تجربی



$z<0$

پمپ در تراز مخزن

همراه پدیده کاویتاسیون همیشه صدای برخورد ذرات شن به جداره می‌باشد.

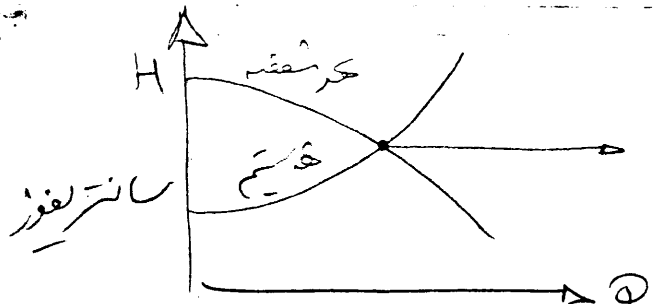
یکی از روشهایی که در مورد پدیده کاویتاسیون بکار می‌رود اینست که دبی را کاهش دهیم.

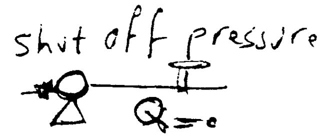
نکات سانتریفوژ: 1) برای سیالات با ویسکوزیته کم بکار می‌روند. 2) برای دبی زیاد و هد کم

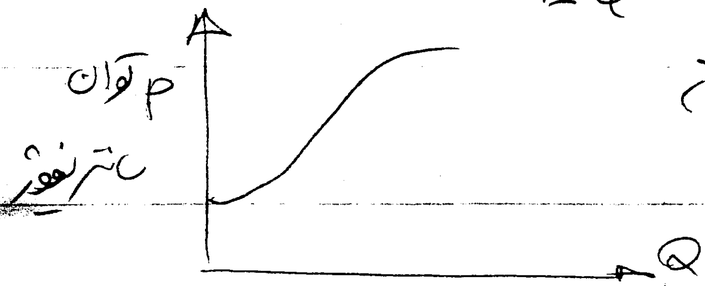
یعنی فشار در خروجی پمپهای سانتریفوژ خیلی زیاد نیست. 3) برای پمپهای سانتریفوژ با

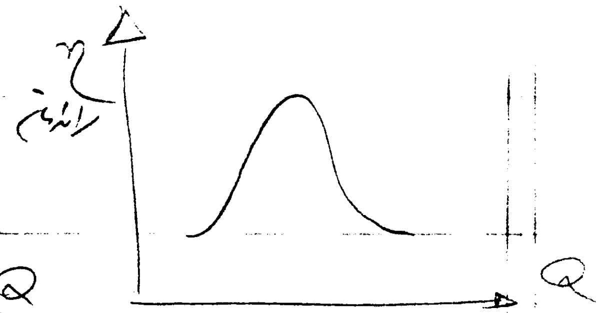
افزایش دبی هد پمپ کاهش می‌یابد. 4) این پمپها نسبتاً در حجم کوچکی دارای راندمان بالایی می‌باشند

5) برای انتقال سیالات شبه پلاستیک از پمپ سانتریفوژ با دور بالا استفاده می‌شود.

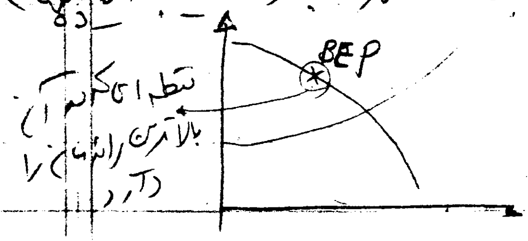




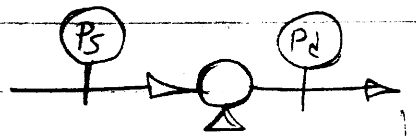




پمپهای سانتریفوژ فقط در محدوده کوچکی دارای راندمان بالا هستند: (از معایب این پمپها)



هرچه از BEP دور شویم راندمان کاهش یافته و از طول عمر پمپ می کاهد.



$$\Delta P = P_d - P_s$$

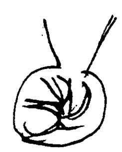
$$H_{\text{هد پمپ}} = \frac{P_d - P_s}{\rho g}$$

انرژی که پمپ به سیال می دهد (کاری که پمپ روی سیال انجام می دهد)

$$\text{توان}\quad \underset{m^3/sec}{Q} \times \underset{N/m^2}{\Delta P} = P$$

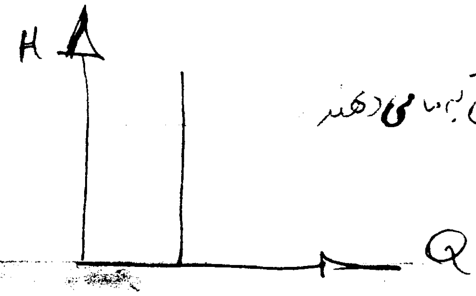
$$\text{توان مصرفی پمپ} = \frac{\text{توانی که پمپ به سیال می دهد}}{\eta} \qquad \text{توان مصرفی} = \frac{\rho g H Q}{\eta}$$

پمپهای سانتریفوژ :



کاویتاسیون : به دلیل کاهش فشار داخل پمپ از فشار بخار سیال با تولید بخار در داخل پمپ مرکز جرم پمپ به هم می خورد "لرزه" با کاهش شدید دبی و هد پمپ همراه است ۲) با این حباب های بخار در دهانه پمپ در روی پره ها برخورد کرده و می ترکند و باعث می شوند که پمپ پره ها Pitting یا حفره ای شدن اتفاق بیافتد.

۵) برای انتقال سیالاتی که دارای ذرات معلق هستند از پمپهای سانتریفوژ استفاده می‌کنیم ولی از پمپهای جابجایی مثبت استفاده نمی‌کنیم
۶) هزینه تعمیرات و نگهداری آنها کم است.



پمپهای جابجایی مثبت: دبی مشخص دارند و دبی ثابتی به ما می‌دهند

جابجایی مثبت:
1) برای انتقال سیالات با ویسکوزیته زیاد
2) بد دبی کم و هد زیاد.
3) فشار در خروجی پمپ زیاد است
4) اگر به دلیل خروجی پمپ بسته شود پمپ صدمه می‌بیند.
5) این پمپ‌ها دبی ثابتی به ما می‌دهند
6) برای انتقال سیالات Dilatant از پمپها جابجایی مثبت استفاده می‌شود

$C_Q = Q/Nd^3$ قطر پره   (C_Q و C_H بدون بعد هستند.)

ضریب کلیه (ضریب دبی) $C_H = gH/N^2D^2$ ضریب هد

$$\boxed{N_s = \frac{C_Q^{1/2}}{C_H^{3/4}} = N\frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}}}$$

سرعت مخصوص پمپ — سرعت دورانی پمپ (دور/ثانیه)

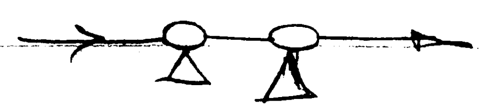
N_s معیار خوبی برای تقسیم بندی پمپهاست

N_s سرعت دورانی است که پمپ به ازای آن سرعت دورانی در دبی واحد و هد واحد تولید می‌کند

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(N_2/N_1\right)^2\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

پمپهای سری و موازی:

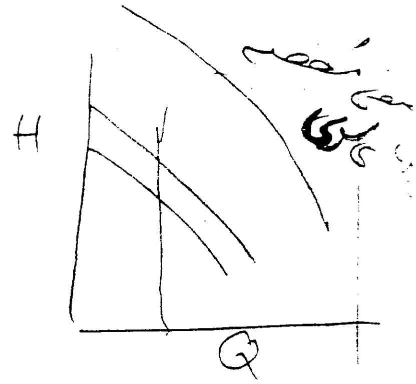


(* پمپهای سری: زمانی استفاده می‌کنیم که هدف افزایش هد پمپ به ازای دبی ثابت باشد:

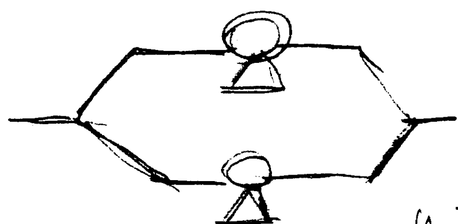
$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$

$H = H_1 + H_2 + H_3 + \cdots$

$\Delta P_{کل} = \Delta P_1 + \Delta P_2$
(پمپ 1) (پمپ 2)



پمپهای موازی: هدف افزایش دبی — هد ثابت می‌ماند.



$Q = Q_1 + Q_2$

$H = H_1 = H_2$

(اولی 2 هم منطبق هستند)

چنانچه دو پمپ آب با منحنی مشخصه $\Delta h_p = 60 - Q/4$ به صورت موازی استفاده شوند و $\Delta h_s = 20 + \frac{Q}{2}$ باشد مقدار دبی و هد چقدر است؟

1) $Q = \frac{160}{3}$, $\Delta h = \frac{140}{3}$ 2) $\frac{400}{3}$ $\frac{260}{3}$

3 ✓) $\frac{320}{3}$ $\frac{140}{3}$ 4) 64   52

$\Delta h_p = \Delta h_s \longrightarrow \boxed{Q = \frac{160}{3}}$

$Q_{کل} = 2 \times \frac{160}{3}$

$Q_{کل} = 320/3$